Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина»
(ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина»)

СЫКТЫВКАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени Питирима Сорокина

В. П. Одинец

О работах математиков, погибших в годы Великой Отечественной войны

Сыктывкар
Издательство СГУ им. Питирима Сорокина
2024

УДК 519
ББК 22.1г
О-42

Рецензенты:

М. Я. Пратусевич, канд. физ.-мат. наук, директор Президентского лицея, заслуженный учитель России (г. Санкт-Петербург);
Н. В. Башнин, канд. ист. наук, старший научный сотрудник Санкт-Петербургского института истории РАН (Санкт-Петербург)

Научный редактор:

В. А. Попов, канд. физ.-мат. наук, доцент, заслуженный работник высшей школы Российской Федерации (г. Сыктывкар)

Одинец, В.П.
О-42 О работах математиков, погибших в годы Великой Отечественной войны / В.П. Одинец. – Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2024. – 179 с.

ISBN 978-5-87661-885-6

Книга является продолжением двухтомника «О ленинградских математиках, погибших в 1941–1944 годах». В ней рассмотрены работы, а также биографии математиков, окончивших разные вузы СССР, расположенные за пределами Ленинграда, и погибших в ходе Великой Отечественной войны. В конце книги дается дополнение к двухтомнику: о профессоре Б. А. Извекове, умершем от голода в Ленинграде, и доценте Я. И. Перельмане, оставшемся живым и находившемся на фронте до конца войны.

В основу книги положены выступления автора на ежегодных конференциях «Герценовские чтения», а также сопутствующие им в разных изданиях статьи.

Издание адресовано студентам, аспирантам и преподавателям вузов математических, физических и технических специальностей.

УДК 519
ББК 22.1г

ISBN 978-5-87661-885-6

Оглавление

Предисловие

Настоящая книга фактически является продолжением двухтомника, посвященного погибшим выпускникам Ленинградского государственного университета (ЛГУ) [4; 5]. В ней речь пойдёт о научных работах математиков – выпускников других вузов Советского Союза, погибших в годы Великой Отечественной войны (далее – ВОВ). Список этих математиков составлялся по книге [1] и статье [8]. Факты о призыве, службе в армии, наградах и потерях математиков, о которых идет речь в книге, были взяты в основном из документов архива Министерства обороны, выложенных в открытый доступ на сайте «Память народа» [9]. Поскольку работы этих ученых представляют собой разные ветви математики, то в сносках даются необходимые пояснения – краткие выдержки из их биографий, базирующиеся в основном на двух книгах [1; 3].

Прежде всего остановимся на работах математиков – выпускников Московского государственного университета (МГУ) (часть 1). Эта часть основана на выступлениях автора на LXXVI Герценовских чтениях (2023) [6, с. 19–25], статье, напечатанной в «Вестнике СГУ» [7], а также на фотографии из книги [10]. В части 2 рассмотрены работы математиков, учившихся первоначально в Саратовском, Томском и Воронежском университетах, а также в Калининском педагогическом институте и позже продолживших учёбу в аспирантуре МГУ.

Далее в части 3 рассмотрены труды выпускников Казанского университета, в части 4 – выпускников Киевского, Днепропетровского, Одесского и Харьковского университетов. В части 5 рассмотрены работы математиков – выпускников университетов Минска, Баку, Тбилиси. В Дополнении (часть 6) будут рассмотрены работы и судьбы двух математиков – выпускников Ленинградского университета, о которых не упоминается в двухтомнике [4; 5], а именно: о профессоре Извекове Борисе Ивановиче и доценте Перельмане Якове Исаевиче. Вероятно, книга содержит имена не всех математиков, имевших научные работы и погибших во время Великой Отечественной войны. Автор будет признателен тем, кто сообщит дополнительные сведения на адрес электронной почты w.p.odyniec@mail.ru.

В конце каждой части книги имеется список литературы. Кроме того, книга снабжена общим предметным и именным указателями, включающими даты жизни ученых. Нумерация формул в каждой части и каждом пункте автономная.

В последние годы Министерство обороны РФ сняло гриф секретности со многих документов, касающихся участников Великой Отечественной войны, и предоставило возможность пользоваться ими на сайте портала «Память народа» [9]. В книге используется этот сайт без специальной ссылки.

В заключение автор благодарит всех, кто помог появлению этой книги. Особая признательность рецензентам: М. Я. Пратусевичу и Н. В. Башнину, чьи замечания учтены автором; научному редактору В. А. Попову, а также В. Н. Исакову, Р. Р. Пименову, М. Я. Якубсону и А. А. Борисову. Особая благодарность профессору О. А. Сотниковой.

Список литературы к предисловию

1. Бородин А. И., Бугай А. С. Биографический словарь деятелей в области математики : пер. с укр. Киев: Радянска школа, 1979. 606 с.
2. Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. Т. 2. Биобиблиография. М.: Физматлит, 1959. 819 с.
3. Математический энциклопедический словарь / гл. ред. Ю. В. Прохоров. М.: Советская энциклопедия, 1988. 847 с.
4. Одинец В. П. О ленинградских математиках, погибших в 1941–1944 годах. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2021. 122 с.
5. Одинец В. П. О ленинградских математиках, погибших в 1941–1944 годах. Т. II. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2022. 108 с.
6. Одинец В. П. О математических работах трёх ученых, погибших во время Великой Отечественной войны // Современные проблемы математики и математического образования. Т. LXXVI. Герценовские чтения : сборник научных статей / под науч. ред. В. В. Орлова и М. Я. Якубсона. СПб.: Изд. РГПУ им. А. И. Герцена, 2023. 354 с.
7. Одинец В. П. О трудах пяти московских математиков, погибших в годы Великой Отечественной войны // Вестник Сыктывкарского университета. Сер. 1: Математика. Механика. Информатика. 2023. Вып. 2 (47). С. 28–54.
8. Памяти математиков, погибших в Великой Отечественной войне Советского Союза // УМН. 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 235–236.
9. Память народа. Сайт архива Министерства обороны РФ [Электронный ресурс]. URL: https://pamyat-naroda.ru (дата обращения: 13.06.2023).
10. Тюлина И. А. Памяти математиков и механиков Московского университета, погибших в Великой Отечественной войне. М.: Изд-во Моск. ун-та, 2009. 104 с.

Часть 1. О математиках, учившихся в Московском государственном университете полный срок обучения

1.1. Бавли Григорий Минкелевич (1908–1941)

Григорий Минкелевич Бавли родился в губернском городе Ковно (с 1918 г. – г. Каунас) Российской империи. Во время начавшейся Первой мировой войны, ещё до занятия Ковно 22 августа 1915 г. немецкими войсками, семья Бавли эвакуировалась в Москву. Здесь в 1925 г. Григорий закончил трудовую школу и поступил на физико-математический факультет МГУ. В 1930 г. Г. М. Бавли оканчивает учёбу в университете, его специализация связана с теорией вероятностей [37, с. 49].

В 1930–1932 гг. Г. М. Бавли осуществляет трудовую деятельность (точное место работы не известно), продолжая изучать теорию вероятностей. В 1932 г. поступает в аспирантуру МГУ к профессору А. Н. Колмогорову[1] (1903–1987).

---

[1] *Колмогоров Андрей Николаевич* (1903–1987), один из величайших математиков XX века, родился на станции Тамбов во время возвращения его матери из Крыма. Его дед – Яков Степанович Колмогоров – забрал мальчика к себе в Ярославль. Будучи попечителем народных училищ Ярославской губернии и одновременно предводителем Угличского дворянства, он не допустил к мальчику отца – Николая Матвеевича Катаева, агронома по образованию, высланного в Ярославскую губернию из Петербурга как правого эсера (погиб в 1919 г.). Мать – Мария Яковлевна Колмогорова (1871–1903) умерла во время родов. Её сестра – Вера Яковлевна Колмогорова усыновила мальчика, и он с 1910 г. проживал вместе с ней в Москве. Андрей учился в частной гимназии Репман. В годы гражданской

В 1933 г. физико-математический факультет был разделен на физический и механико-математический, на последнем и оказался Г. М. Бавли. В июне 1934 г. в Ленинграде проходит 2-й Всесоюзный математический съезд. На этом съезде, на секции «Теория вероятностей», Г. М. Бавли, не будучи зарегистрированным в качестве участника съезда, выступает с докладом «О некоторых обобщениях предельного закона Пуассона[2] [2]. В докладе формула Пуассона обобщается в двух направлениях.

1. Рассматривается последовательность *n* случайных переменных величин, каждая из которых лишь с малой вероятностью может принимать значения, отличные от нуля, и изучается закон распределения суммы этих *n* случайных

войны (1918–1920) работал на строительстве железной дороги Казань – Екатеринбург. В 1920 г. поступил на математическое отделение физико-математического факультета Московского университета. В 1931 г. стал профессором МГУ; доктором физико-математических наук (1934), в 1939 г. был избран академиком АН СССР. Им были получены важные результаты в теории функций действительной переменной, теории тригонометрических рядов, теории меры, обобщении понятия интеграла; им создана одна из аксиоматических теорий вероятностей, получены новые результаты в теории марковских процессов, теории случайных стационарных процессов, в информатике и математической логике, истории математики. В 1960 г. усилиями А. Н. Колмогорова и других математиков и физиков в стране в ходе реформы школьного образования начали создаваться прообразы будущих физико-математических школ, а в 1963 г. – интернаты при крупнейших университетах страны (расстрелянный в 1937 г. писатель Иван Иванович Катаев (1902–1937) – двоюродный брат Андрея Николаевича Колмогорова).

[2] *Пуассон Симеон Дени* (Poisson Simeon Denis: 1781–1840) – французский математик и механик, профессор, член Парижской АН (1812). Основные труды (более 300) относятся к небесной механике. В 1811 г. издал двухтомный курс механики, решил многие задачи математической физики и электростатики, положил начало теории девиации, дал общие методы решения интегральных уравнений в теории упругости, заложил основы теории расходящихся рядов, доказал теорему, названную «законом больших чисел», ввел формулу для суммы частных производных, носящую его имя.

величин при больших значениях числа n. Полученные результаты обобщают результаты, найденные профессором А. Я. Хинчиным[3] в книге, изданной в Берлине в 1933 г. (гл. 2). А. Я. Хинчин разобрал тот частный случай, когда все случайные величины имеют одинаковый закон распределения.

2. Рассматриваются два зависимых редких события A и B, т. е. таких, вероятность наступления которых весьма мала. Через X обозначено число появлений события A, а через Y – число появлений события В при n последовательных испытаниях. Изучается двумерный закон распределения для пары случайных величин X и Y при больших значениях n. Выводится формула, аналогичная одномерной формуле Пуассона, а из неё – некоторые следствия о корреляции между редкими событиями.

Подробнее результаты доклада были изложены в работе [3], вышедшей в 1935 г. в «Докладах АН СССР» (далее – ДАН), представленной академиком С. Н. Бернштейном[4]

---

[3] *Хинчин Александр Яковлевич* (1894–1959) – блестящий советский математик, профессор МГУ (1927), чл.-корр. АН СССР (1939), академик АПН РСФСР (1943), вместе с А. Н. Колмогоровым лауреат Сталинской премии второй степени (1941). Учился в Московском университете (1911–1916). Один из первых учеников профессора Н. Н. Лузина, в годы 1943–1957 заведовал кафедрой анализа механико-математического факультета МГУ. Им были получены фундаментальные результаты в теории функций, теории чисел, теории вероятностей и в математической статистике. Его монографии переиздаются и в наше время.

[4] *Бернштейн Сергей Натанович* (1880–1968) – один из крупнейших советских математиков – родился в Одессе. Окончил университет в Париже (1899) и там же Политехническую школу; академик АН УССР (1925), академик АН СССР (1929), доктор математических наук (1904, Париж), профессор (1907), доктор чистой математики (1914, Харьков). В 1907–1933 гг. преподавал в Харьковском университете, в 1933–1941 гг. – в Ленинградском политехническом институте, с 1935 г. – сотрудник Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР. Основные труды С. Н. Бернштейна относятся к теории приближения функций многочленами (многочлены Бернштейна), теории дифференциальных уравнений, теории вероятностей. С. Н. Бернштейн первый построил теорию вероят-

(данная статья опубликована под тем же названием в 1937 г. в «Ученых записках университета» в Свердловске (Екатеринбурге) [5]). В том же 1935 г. А. Н. Колмогоров обращается с просьбой к Г. М. Бавли о переводе своей книги «Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung», вышедшей в 1933 г. в Берлине, с немецкого языка на русский. В 1936 г. книга была издана на русском языке.

В 1936 г. в журнале «Математический сборник» выходит статья Г. М. Бавли на немецком языке «О некоторых обобщениях предельных теорем теории вероятностей» [4]. Постановка решаемой задачи такая: рассматривается последовательность серий

$$x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{nn} \ (n = 1, 2, 3, \dots),$$

независимых между собой в каждой серии, и изучается вопрос о поведении функции распределения $F_n(x)$ для сумм вида

$$x_n = \sum_{k=1}^{n} x_{nk}$$

при неограниченном возрастании n. При этом делаются следующие три предположения:

1) Существуют конечные дисперсии случайных величин x_{nk}

$$b_{nk} = E[x_{nk} - Ex_{nk}]^2,$$

причем

ностей на основе аксиоматики (1917), провёл исследования предельных теорем и условий сходимости дифференциальных уравнений; получил фундаментальные результаты в вариационном исчисления, в функциональном анализе и др. С. Н. Бернштейн – лауреат премий Бельгийской АН (1911), Французской АН (1920), Сталинской премии 1-й степени (1942).

$$\sum_{k=1}^{n} b_{nk} = B_n < C,$$

где С – некоторая постоянная.

2) Верхняя грань $\overline{b_n}$ всех величин b_{nk} $(k = 1, 2, \dots, n)$ стремится к нулю при неограниченном возрастании *n*.

3) Математические ожидания случайных величин x_{nk} равны нулю.

Теорема 1. *При соблюдении условий 1), 2) и 3) для последовательности функций распределения* $F_n(x)$ $(n = 1, 2, \dots)$ *можно подобрать такую последовательность неограниченно делимых функций распределения* $H_n(x)$ $(n = 1, 2, \dots)$*, что разность* $F_n(x) - H_n(x)$ *сходится к нулю при неограниченном возрастании n.*

В **теореме 2** получены необходимые и достаточные условия для того, чтобы при соблюдении условий 1), 2), 3) и при неограниченном возрастании *n* функция распределения $F_n(x)$ стремилась к некоторой предельной функции распределения $H_n(x)$.

После окончания аспирантуры Г. М. Бавли едет по распределению в Свердловский университет. В 1936 г. он защищает на механико-математическом факультетет МГУ диссертацию и получает степень кандидата физико-математических наук.

В 1937 г. участвует в конкурсе на должность доцента МГУ и возвращается в Москву. В Свердловске в это время выходит его большая статья «О локальной предельной теореме теории вероятностей» [6]. Целью работы является обобщение и анализ результатов Рихарда Мизеса[5], данных

---

[5] *Мизес Рихард Эдлер фон* (Richard Edler von Mises: 1883–1953) – австрийский математик и механик. Родился в Лембурге (ныне Львов). Его дед был главой еврейской общины Лембурга и получил потомственное австрийское дворянство. В 1906 г. окончил Венский технический универ-

им в книге 1930 г. и в статье журнала Giornale dell' Instituto degli Attuari (Bd. 5 (1934), S. 483–495).

Для решения поставленной задачи Г. М. Бавли для каждого из законов распределения $p_n(x)$ вводит величину δ_k:

$$\delta_k = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{p_k(x)p_k(x+1)}{p_k(x)+p_k(x+1)}, (k = 1, 2, 3, \dots), \qquad (1)$$

называемую *мерой связности* распределения.

Изучение этой величины и позволило ученому получить необходимое решение задачи.

Та же статья с некоторыми уточнениями была опубликована на немецком языке в университетском журнале Стамбула в 1937 г.

С началом немецкой агрессии Г. М. Бавли оставался в Москве. В ноябре 1941 г., во время налета самолётов немцев на Москву, Григорий Минкелевич попал под бомбёжку и погиб.

ситет. С 1909 г. работал профессором прикладной математики в Страсбурге. С 1919 г. фон Мизес – первый директор Института прикладной математики и механики при Берлинском университете. По причине еврейского происхождения в 1933 г. покинул Германию и начал заведовать кафедрой высшей математики в университете Стамбула. После 1939 г. работал в США. В 1919 г. построил аксиоматику теории вероятностей на основе частот событий. Имеет важные труды в аэромеханике и прикладной механике.

1.2. Бебутов Михаил Валерьевич (1913–1942)

М. В. Бебутов

Михаил Валерьевич Бебутов родился в мае 1913 г. в селе Оболенском Московской губернии. В 1938 г. М. В. Бебутов окончил механико-математический факультет МГУ [1]. Свою первую научную работу [8] М. В. Бебутов закончил в декабре 1937 г., будучи еще студентом выпускного курса.

Статья была представлена в «Докладах АН СССР» академиком С. Н. Бернштейном.

Основной результат статьи следующий:

Если динамическая система[6] *M является замкнутым и связным подмножеством n-мерного евклидова простран-*

[6] *Динамической системой M* будем называть топологическое пространство, в котором задана однопараметрическая группа $f(p,t)$ $(p \in M, -\infty < t < +\infty)$ отображений M на самого себя, удовлетворяющая следующим условиям: (a) $f(p,t) = p$; (b) $f[f(p,t_1),t_2] = f(p,t_1+t_2)$; (c) если $p_n \to p$ и $t_n \to t$, то $f(p_n,t_n) \to f(p,t)$.

ства E^n, устойчивым[7] *по Ляпунову*[8], *то возможно одно из двух: либо М распадается на совокупность минимальных множеств и все движения в М являются почти периодиче-*

Множество $f(p,t)$ при фиксированном p, и $-\infty < t < +\infty$, будем называть *траекторией.*

[7] Пусть $\mathbb{N}$ – множество натуральных чисел. Пусть дано отображение $f\colon E \to E$, где (E,d) – метрическое пространство с метрикой d. Точка $p \in E$ называется устойчивой по Ляпунову относительно отображения f, если для любого $\varepsilon > 0$ найдётся $\delta > 0$ такое, что для всякого $x \in E$, удовлетворяющего неравенству $d(x,p) < \delta$, выполняется $d(f^n(x), f^n(p)) < \varepsilon$ для всякого $n \in \mathbb{N}$.

Заметим, что, если p устойчива по Ляпунову, то и всякая точка траектории $F(p,t)$ обладает этим свойством. Если все точки из M устойчивы по Ляпунову, то скажем, что *система М устойчива по Ляпунову*.

[8] *Ляпунов Александр Михайлович* (1857–1918) – выдающийся русский математик, родился 25 мая (6 июня) 1857 г. в Ярославле в семье директора Демидовского лицея, астронома Михаила Васильевича Ляпунова, умершего, когда Александру было 11 лет. Переехав с матерью и младшими братьями (один в будущем стал известным композитором, а другой – филологом-славистом) в Нижний Новгород, Александр в 1876 г. оканчивает там гимназию с золотой медалью. В том же году Александр поступил на отделение естественных наук физико-математического факультета Петербургского университета, но через месяц он переводится на математическое отделение. В 1880 г. он блестяще окончил университет и был оставлен для подготовки к профессорскому званию. В последующие 4 года А. М. Ляпунов работает над магистерской диссертацией «Об эллипсоидальных формах равновесия» и защищает её. В 1885 г. А. М. Ляпунов переезжает в Харьков и занимает вакантную должность на кафедре механики Харьковского университета. В 1892 г. блестяще защищает в Московском университете докторскую диссертацию «Общая задача об устойчивости движения» и в 1893 г. получает звание ординарного профессора Харьковского университета. В декабре 1900 г. его избирают членом-корреспондентом Петербургской академии наук, а через год – ординарным академиком по кафедре прикладной математики. С 1902 г. А. М. Ляпунов переезжает из Харькова в Петербург, где он закладывает основы теории о фигурах равновесия вращающейся жидкости и решения задачи об устойчивости движения материальных систем. Им же разработан весьма плодотворный метод характеристических функций. В июне 1917 г. ввиду ухудшающегося состояния здоровья его жены Натальи Рафаиловны Сеченовой, больной туберкулёзом легких, он переезжает в Одессу, где после её смерти 31 октября 1918 г. стреляется и через 3 дня умирает.

скими (в частности, M может иметь периодические движения и точки покоя), либо M гомеоморфно семейству параллельных прямых.

Именно данная статья [8] послужила основанием дипломной работы М. В. Бебутова, хотя до ее защиты ученым были опубликованы ещё две работы [9; 10]. Так, в январе 1938 г. он вместе с В. Е. Шнейдером[9] получил обобщение одного примера П. С. Урысона[10], а именно: строится счётное пространство[11] Хаусдорфа[12], в каждой точке которого нарушается 1-я аксиома[13] счётности [10]. Наконец, в марте 1938 г. М. В. Бебутов в статье [10], представленной в ДАН

---

[9] *Шнейдер Владимир Евгеньевич* (1912–1984) родился в Женеве, в 1938 г. окончил МГУ, в 1941 г. стал кандидатом физико-математических наук. Принимал участие в ВОВ, после окончания ВОВ работал в Московском автомеханическом институте (завод-втуз при ЗИЛе), где заведовал кафедрой высшей математики, с 1981 г. занимал должность профессора.

[10] *Урысон Павел Самуилович* (1898–1924) родился в Одессе в семье банкира, окончил МГУ (1919), аспирантуру у профессора Н. Н. Лузина (1921); далее – сотрудник Института математики и механики МГУ и профессор 2-го Московского университета. Основные труды – в области общей теории топологических и метрических пространств (является одним из создателей теории размерности), теории нелинейных дифференциальных уравнений, теории выпуклых тел.

[11] Топологическое пространство X называется хаусдорфовым, если любые две различные точки x и y обладают непересекающимися окрестностями $U(x)$ и $V(y)$.

[12] *Хаусдорф Феликс* (Felix Hausdorff: 1868–1942) – немецкий математик, родившийся в еврейской купеческой семье, окончил Лейпцигский университет (1891), там же преподавал до 1902 г., стал профессором. Позже преподавал в университете Грейсфельда, а с 1921 г. – в Боннском университете. В 1942 г. перед отправкой в концлагерь покончил с собой. Ф. Хаусдорф – один из основателей современной топологии. Им получены важные результаты в теории множеств, теории непрерывных групп, теории чисел, функциональном анализе.

[13] Топологическое пространство удовлетворяет 1-й аксиоме счётности, если система окрестностей каждой его точки обладает счетной базой. Пример Урысона заключался в построении счетного пространства Хаусдорфа без 1-й аксиомы счётности, причем все точки этого пространства, кроме одной, были изолированными.

академиком С. Н. Бернштейном, дал ответ на вопрос своего научного руководителя П. С. Александрова[14]:

симплициальный комплекс К размерности n может быть двойственным симплициальному комплексу только в одном из следующих случаев:

при n = 1 комплекс К является или простым замкнутым полигоном[15], или совокупностью простых замкнутых полигонов, которые не пересекаются;

*при n > 1 комплекс К состоит из одного или нескольких непересекающихся комплексов, изоморфных границе (n + 1)-мерного симпл*екса.

При этом два комплекса K и L называются двойственными, если существует взаимно однозначное соответствие f между элементами K и L, удовлетворяющее следующему условию: если симплекс x' является гранью симплекса x в одном их этих комплексов, то симплекс $f(x)$ является простым симплексом $f(x')$ в другом.

Поступив в 1938 г. в аспирантуру МГУ, М. В. Бебутов уже к марту 1939 г. получил обобщение результата В. В. Немыцкого[16] относительно того класса динамических

---

[14] *Александров Павел Сергеевич* (1896–1982) родился в г. Богородске (с 1930 г. – Ногинск) Московской губернии; после гимназии, которую окончил с отличием, поступил в Московский университет, окончил его в 1917 г.; с 1921 г. работал в МГУ. С 1929 г. – профессор, с 1934 г. – доктор физико-математических наук, с 1929 г. – член-корреспондент АН СССР, с 1953 г. – академик АН СССР. Основные труды посвящены топологии и теории функций действительной переменной. Один из создателей Московской топологической школы. П. С. Александров – лауреат Сталинской (1943) и других премий.

[15] Простой замкнутый полигон на плоскости – это произвольная обратимая деформация окружности.

[16] *Немыцкий Виктор Владимирович* (1900–1967), окончил МГУ (1925), там же – аспирантуру (1929); доктор физико-математических наук (1935), профессор (1936). Основные труды посвящены качественной теории дифференциальных уравнений, теории операторных уравнений, тео-

систем, которые гомеоморфны семейству параллельных прямых. В. В Немыцкий установил также необходимые и достаточные условия для этого.

М. В. Бебутов, используя метод Уитни[17], обобщил [11] эти результаты на более широкий класс динамических систем, расположенных в метрических локально-компактных пространствах со 2-й[18] аксиомой счетности. В апреле 1939 г. академик С. Н. Бернштейн представил в Доклады АН СССР статью [12] М. В. Бебутова и В. В. Степанова[19]. В этой работе в метрическом пространстве R со счётной базой рассматривается динамическая система, в которой $f(p,t)$ есть непрерывная функция от совокупности переменных (p,t).

При этом если A – любое множество из R, то $f(p,t)$ обозначает множество всех точек $f(p,t)$, для которых p принадлежит A. Параметр t будем называть «*временем*». Будем также предполагать, что в R определена мера множества μ; кроме того, предполагается, что для каждой точки p из R

рии функций действительной переменной, теории метрического пространства.

17 *Уитни Хаслер* (Whitney Hasler: 1907–1989) – американский математик, член Американской академии наук, окончил Йельский университет (1928), в 1933–1952 гг. работал в Гарвардском университете, с 1952 г. – в Институте перспективных исследований в Принстоне. Основные работы посвящены теории дифференцируемых функций и многообразий, алгебраической геометрии, теории особенностей отображений.

18 Топологическое пространство X удовлетворяет 2-й аксиоме счетности, если система его открытых множеств (и само X) обладает счетной базой.

19 *Степанов Вячеслав Васильевич* (1889–1950) родился в Смоленске, окончил в Смоленске гимназию с золотой медалью (1908) и поступил на физико-математический факультет Московского университета. По окончании университета (1912) был командирован за границу (Германия, Франция). Далее – профессор МГУ (1928), доктор физико-математически наук (1934), член-корреспондент АН СССР (1946). Основные труды: по теории дифференциальных уравнений и её применений, математической физике, тригонометрическим рядам.

существует окрестность *U(p)*, которая имеет конечную меру. Эта мера предполагается *инвариантной* по отношению к группе $f(p,t)$, т. е. что

$$\mu\big(f(p,t)\big) = \mu(A). \qquad (1)$$

Если в пространстве R определена другая динамическая система $f_1(p,t')$, имеющая общие траектории с системой $f(p,t)$ и различающаяся только временем – для первой системы t, а для второй системы t': в соотношении $f(p,t) = f_1(p,t')$ для данной точки p каждому значению t соответствует единственное значение t', и обратно, каждому значению t' соответствует единственное значение t, то при некоторых дополнительных условиях можно показать, *что в R можно ввести меру μ*, инвариантную относительно группы* $f_1(p,t')$. *При этом всякая область положительной меры μ обладает положительной мерой μ*.*

В заключении статьи сказано, что В. В. Степанов доказал обобщение эргодической теоремы для неразложимых динамических систем с интегральным инвариантом на случай, когда мера всего пространства бесконечна.

В ноябре 1939 г. М. В. Бебутов и В. В. Степанов посылают статью [13] (на французском языке), содержащую развёрнутые доказательства результатов, опубликованных в предыдущей статье [12] и опирающихся на результаты работы М. В. Бебутова [10].

Следующая статья М. В. Бебутова [14] была представлена в «Докладах АН СССР» академиком А. Н. Колмогоровым в апреле 1940 г. В ней приведено построение новой динамической системы M_U для динамической системы M в пространстве непрерывных функций.

В частности, доказано:

если пространство динамической системы M является метрическим и компактным, а M имеет не более одной точ-

ки покоя[20]*, то существует взаимно однозначное и взаимно непрерывное отображение M в M_U.*

Справедливо также следующее:

всякую динамическую систему M, расположенную в локально-компактном пространстве Хаусдорфа со второй аксиомой счетности, можно непрерывно отобразить в динамическую систему M_U таким образом, что это отображение будет взаимно однозначным и взаимно непрерывным во всякой точке p, не являющейся точкой покоя в M.

Подробные результаты статьи [14] приведены в работе [15], изданной в 1940 г.

В декабре 1940 г. академиком А. Н. Колмогоровым была представлена статья [16] М. В. Бебутова. В этой работе результаты статьи[21] Н. М. Крылова[22] и Н. Н. Боголюбова[23] рас-

---

[20] Говорят, что точка p является *точкой покоя*, если для любых t имеет место $f(p,t)=p$.

[21] *N. Kryloff* et *N. Bogoluboff.* La theorie generale de la mesure dans son application a l'etude des systemes dynamiques de la mecanique non-lineare. Ann. of Math., 38 (1937), pp. 65–113.

[22] *Крылов Николай Митрофанович* (1879–1955) родился в Санкт-Петербурге, окончил Императорский горный институт (1902); далее – доктор математики (1903), профессор (1910), академик АН УССР (1922), академик АН СССР (1929). В 1912–1917 гг. работал в Горном институте, в 1917–1922 гг. – в Таврическом университете (Симферополь), с 1922 г. – в АН УССР и в АН СССР. Основные труды посвящены фундаментальным проблемам теории интерполяции, приближённым решениям интегральных и дифференциальных уравнений математической физики и нелинейной механики.

[23] *Боголюбов Николай Николаевич* (1909–1992) – советский математик и физик-теоретик, родился в Нижнем Новгороде в семье протоиерея РПЦ. В 1925 г. был принят в аспирантуру АН УССР, не имея высшего образования; далее – доктор математических наук (1930), профессор (1936), академик АН УССР (1948), академик АН СССР (1958), член-корреспондент АН СССР (1946). В 1936–1950 гг. – профессор Киевского и Московского университетов, с 1949 г. работал в Математическом институте им. В. А. Стеклова АН СССР и одновременно с 1956 г. – в Объединенном институте ядерных исследований (Дубна). Н. Н. Боголюбов – один из со-

пространялись на недетерминированные процессы. Подробные результаты статьи М. В. Бебутова, представленной еще в декабре 1940 г., были опубликованы лишь в 1942 г. в журнале «Математический сборник» [17].

Весной 1941 г. М. В. Бебутов защитил диссертацию на степень кандидата физико-математических наук на тему «О динамических системах в пространстве непрерывных функций». Эта диссертация была отмечена Ученым советом как выдающаяся работа.

С началом Великой Отечественной войны Михаил Валерьевич Бебутов пошел добровольцем в народное ополчение и зачислен в 975-й артиллерийский полк 8-й Краснопресненской дивизии. Он погиб 12 июля 1942 г. под Воронежем уже в звании инженер-капитана.

здателей теории инвариантных мер в динамических системах. Ему же принадлежат фундаментальные работы по статистической физике, а также в теории сверхтекучести. Н. Н. Боголюбов дважды лауреат Сталинской премии (1947; 1953).

1.3. Веденисов Николай Борисович (1905–1941)

Н. Б. Веденисов

Николай Борисович Веденисов родился 25 июля 1905 г. в г. Саранске Пензенской губернии в семье инженера в области железнодорожного транспорта Бориса Николаевича Веденисова. В 1922 г. поступил на математическое отделение физико-математического факультета Московского университета. В 1924 г. вошел в состав участников топологического семинара, организованного П. С. Урысоном и П. С. Александровым. Уже на выпускном курсе университета Николай Борисович публикует на французском языке совместную со своим однокурсником А. Н. Тихоновым[24] статью [45].

[24] *Тихонов Андрей Николаевич* (1906–1993) родился в г. Гжатске Смоленской губернии в семье торговца. В 1922 г. поступил на математическое отделение физико-математического факультета МГУ, который окончил в 1927 г., потом поступил в аспирантуру Научно-исследовательского института математики при МГУ. С 1930 г. сотрудник Гидрометслужбы СССР. После разделения физико-математического факультета на механико-математический и физический (1933) направлен на кафедру высшей ма-

Эта статья, как сказано в примечании, содержит результаты работы топологического семинара при Московском университете за 1924–1925 гг. под руководством Павла Урысона и Павла Александрова.

Условия, накладываемые на абстрактные топологические пространства, могут быть разделены на четыре категории и ставят таким образом четыре задачи:

1) Условия, характеризуемые некоторым количественным показателем: они связаны с влиянием системы близости, определяемых пространств (окрестностей).

2) Условия, накладывающие на пространство несколько фундаментальных свойств системы производных пространств.

3) Условия, требующие возможного разделения системы множеств (окрестностей) без общих точек с помощью открытых окрестностей (окрестность называют открытой, если её дополнение замкнуто).

4) Условия существования для некоторых множеств, точек сгущения.

Ответы на каждую из поставленных четырёх задач приведены в первых четырёх параграфах статьи. В пятом пара-

---

тематической физики.; доктор физико-математических наук (1936), член-корреспондент АН СССР (1939). В 1946–1953 гг. заведующий кафедрой высшей математики МИФИ и одновременно участник вычислительной работы по созданию первой советской атомной бомбы. С 1953 г. заместитель директора Отделения прикладной математики МИАН. В 1966 г. избран академиком АН СССР. В 1970 г. инициировал создание факультета вычислительной математики и кибернетики в МГУ, был его деканом с момента создания до 1990 г. Основные труды в области теоретико-множественной топологии (пространство Тихонова, куб Тихонова), функционального анализа и приближенных вычислений. В 1953 г. награжден Сталинской премией 1-й степени.

графе приведены ответы на эти задачи в метризуемых[25] топологических пространствах.

В 1927 г. Н. Б. Веденисов был принят в аспирантуру физико-математического факультета МГУ, которую окончил в 1930 г. Результаты статьи [45] были расширены Н. Б. Веденисовым и опубликованы в 1931 г. в статье [18] на французском языке.

С 1931 г. Н. Б. Веденисов стал преподавать в Московском государственном педагогическом институте. В июне 1934 г. Н. Б. Веденисов участовал в работе 2-го Всесоюзного математического съезда в Ленинграде, но без доклада.

Следующая его статья [19] в 1936 г. закрепила имя Веденисова в истории теоретико-множественной топологии. Формально статья [19] посвящена непрерывным функциям на топологических пространствах. Фактически же она при-

---

[25] Множество X называется *метрическим* пространством, если каждой паре его элементов x и y поставлено в соответствие действительное число $\rho(x, y)$, называемое расстоянием между этими элементами, удовлетворяющее трем условиям: 1) $\rho(x, y) = 0$ равносильно $x = y$; 2) $\rho(x, y) = \rho(y, x)$ для всех $x, y \in X$; 3) $\rho(x, y) + \rho(y, z) \geq \rho(x, z)$ для любых $x, y, z \in X$ (заметим, что неорицательность $\rho(x, y)$ следует из указанных аксиом).

Пространство называется *метризуемым*, если оно гомеоморфно некоторому метрическому пространству.

Метрическое пространство, в котором каждая фундаментальная последовательность сходится (к элементу того же пространства), называется *полным метрическим* пространством.

Нормой элемента векторного пространства X над полем действительных или комплексных чисел называется отображение $x \to \|x\|$ в совокупность неотрицательных чисел такое, что $\|x\| = 0$ равносильно $x = 0$, $\|\lambda x\| = |\lambda| \cdot \|x\|$ для любого скаляра λ и каждого $x \in X$, $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$ для любых $x, y \in X$.

Пространство с нормой будем называть *нормированным пространством*. Нормированное пространство, полное по метрике, порожденной нормой: $\rho(x, y) = \|x - y\|$, называют *банаховым пространством*. Топологическое пространство, содержащее *счетное всюду плотное множество*, называют *сепарабельным.* Нормируемое пространство, граница единичного шара которого не содержит отрезков, называется строго нормируемым.

водит необходимое и достаточное условие совершенно нормального пространства[26]. В статье доказана теорема, называемая **теоремой Веденисова**:

Пространство X совершенно нормально тогда и только тогда, когда оно нормально и каждое замкнутое множество в нём является множеством типа G_δ[27].

В том же 1936 г. Н. Б. Веденисов даёт ответ на вопрос П. С. Александрова, поставленный в работе: “Ann. of Math.”, V. 36 (1935), pp. 1–35. Если точнее, то в работе [20] Н. Б. Веденисов приводит построение хаусдорфового пространства X размерности, большей либо равной 1, для каждой точки x которого существует локально замкнутая окрестность X_n, содержащая x, обладающая следующими свойствами:

1) X_n является бикомпактом;

2) X_n удовлетворяет первой аксиоме счётности;

3) $\dim X_n = n$ для каждой точки x из X, т. е. все эти окрестности размерностно однородны;

4) X_n выпукло;

5) X_j локально выпукло для всех j, меньших либо равных n;

6) X_n не метризуемо.

В 1937 г. за указанные выше четыре статьи [45; 18; 19; 20], каждая из которых была опубликована на французском языке, Н. Б. Веденисов получил степень кандидата фи-

[26] Топологическое пространство X называется *совершенно нормальным*, если для каждой пары непересекающихся замкнутых множеств A и B существует непрерывная действительная функция f на X: $f(x) = 0$ для любого x из A, и $f(y) = 1$ для каждого y из B.

Пространство X называется *нормальным*, если для любых двух непересекающихся замкнутых множеств A и B существуют два открытых непересекающихся множества G_1 и G_2: A содержится в G_1, а B – в G_2.

[27] Пересечение счётного множества открытых множеств называется множеством типа G_δ.

зико-математических наук. Ещё ранее в 1935 г. он получил звание доцента.

В августе 1937 г. академик С. Н. Бернштейн представил в «Доклады АН СССР» заметку Н. Б. Веденисова [21], отвечавшую на вопрос П. С. Александрова. Н. Б. Веденисов писал: «О степени трудности этой проблемы можно судить по связи, установленной в этой заметке, с известной проблемой М. Суслина[28] об упорядоченных множествах (“Fund. math.” I, 233)».

Если условиться для краткости называть *S* упорядоченным множеством, 1) непрерывным, 2) ограниченным, 3) таким, что всякая система попарно непересекающихся интервалов этого множества не более как счетна, то проблема Суслина может быть сформулирована так: *S-множество подобно сегменту числовой прямой*.

Н. Б. Веденисов в заметке [21] доказывает **теорему**:

Все одномерные замкнутые многообразия[29] (по Э. Чеху[30]) суть метрические топологические пространства в том

[28] *Михаил Яковлевич Суслин* (1894–1919) родился в селе Красавка Саратовской губернии. В 1913 г., блестяще закончив Балашовскую гимназию, поступил в Московский университет; активный участник семинара молодого доцента Н. Н. Лузина, под руководством которого Суслин открыл новый класс множеств, названных им А-множествами (на Западе – S-множествами). В 1917 г., окончив Московский университет, был оставлен в нём для приготовления к профессорскому званию. В 1918–1919 гг. преподавал в Ивановском пединституте в должности экстраординарного профессора. Уволившись из пединститута и не найдя другой работы, уехал в родное село, где заболел тифом и умер 21 октября 1919 г. Его смерть послужила одним из поводов к травле Лузина в 30-е гг. (см. [48]).

[29] 1-мерное топологическое многообразие (по Э. Чеху) – это 1-одномерное хаусдорфово пространство со счётной базой, в котором каждая точка имеет окрестность, гомеоморфную открытому подмножеству замкнутой полупрямой в одномерном евклидовом пространстве R^1.

[30] *Чех Эдуард* (Eduard Čech: 1893–1960) – чешский математик; в 1912 г. поступил в Пражский университет, в 1915–1918 гг. был в австро-

и только в том случае, если проблема Суслина имеет положительное решение.

В 1938 г. Н. Б. Веденисов опубликовал работу [22], посвященную некоторым топологическим свойствам упорядоченных множеств. Как пишет сам автор [22], он собрал вместе результаты, разбросанные в работах на другие темы: «В п^0 1 доказывается общеизвестное, но подробно нигде не доказанное предложение, что любое упорядоченное множество может быть включено в упорядоченное множество, лишенное пробелов. В п^0 2 в упорядоченные множества вводится топология и показывается, что включение в упорядоченное, лишенное пробелов множество осуществляется с сохранением не только порядка, но и топологических свойств. В п^0 3 специально рассматриваются упорядоченные пространства, лишенные пробелов. Устанавливается теорема о структуре открытых множеств в таких пространствах и доказывается бикомпактность таких пространств. В п^0 4 показывается, что сохраняется от теоремы о структуре открытых множеств в случае общего упорядоченного пространства, и в качестве применения этой теоремы доказывается полная нормальность упорядоченных пространств. Наконец, п^0 5 посвящен некоторым замечаниям о специальном классе упорядоченных пространств, к которым привлёк внимание Суслин...»

В том же 1938 г. Н. Б. Веденисов публикует статью [23], в пяти параграфах которой идет речь о непрерывных функ-

---

венгерской армии; с 1918 г. продолжил учебу, в 1920 г. защитил диссертацию на степень доктора философии (по математике). В 1921–1922 гг. занимался проективной дифференциальной геометрией. Потом его интересы сместились в сторону общей и алгебраической топологий. В 1952 г. избран академиком Чехословацкой академии наук.

циях, главным образом, в совершенно нормальных[31] топологических пространствах. В п^0 1 дается ответ на вопрос: *в каких пространствах каждое замкнутое множество может быть представлено как множество нулей некоторой непрерывной функции*. В п^0 2 получен следующий результат*: непрерывную функцию h(x), определённую на замкнутом множестве B совершенно нормального пространства A и удовлетворяющую во всех точках A неравенству*

$$a \leq h(x) \leq b,$$

можно продолжить в непрерывную во всём пространстве A функцию f(x) так, чтобы всюду на $A \setminus B$ *выполнялись неравенства*

$$a < f(x) < b.$$

В п^0 3 результат п^0 2 видоизменен для общих нормальных пространств. В п^0 4 получен следующий результат: *если на замкнутом множестве B нормального топологического пространства A определена непрерывная функция h(x), её можно продолжить в функцию f(x), определённую и непрерывную во всех точках A.*

В п^0 5 доказаны некоторые теоремы об отделимости в совершенно нормальных пространствах.

В 1939 г. Н. Б. Веденисов публикует статью [24], в которой развиваются некоторые идеи, связанные с понятием размерности топологических пространств. Дело в том, что индуктивное определение размерности, данное Урысоном и

[31] Топологическое пространство A называется *совершенно нормальным*, если: 1) оно нормально, 2) всякое открытое множество этого пространства есть F_σ, т. е. объединение счётного множества замкнутых множеств.

Менгером[32] ещё в 20-е гг. XX века, в 30-е гг. было распространено Э. Чехом на случай совершенно нормальных пространств. В статье Н. Б. Веденисова четыре параграфа. В первых двух параграфах статьи показывается, что для теории нульмерных (в смысле Чеха) замкнутых множеств ограничение, что каждое открытое множество есть F_{σ}, излишне. В п^0 3 показывается, что в случае общих топологических пространств определение Э. Чеха не равносильно классическому: существуют пространства, нульмерные в смысле Урысона – Менгера, но имеющие положительную размерность в смысле Э. Чеха. Наконец, в п^0 4 доказывается эквивалентность определений размерности Э. Чеха и Урысона-Менгера для некоторого класса пространств, включающего в себя нормальные пространства со счётной базой и бикомпактные совершенно нормальные пространства.

С 1939 г. Н. Б. Веденисов начинает по совместительству преподавать в Артиллерийской академии.

В 1940 г. вышла статья Н. Б. Веденисова [25]. В этой статье рассматриваются покрытия топологических пространств, состоящие из конечного числа открытых множеств. Напомним, что *порядком покрытия* h называют наибольшее из натуральных чисел k, обладающих тем свойством, что существуют k множеств покрытия, которые имеют не пустое пересечение.

Если пространство R таково, что существуют целые неотрицательные числа m, обладающие следующим свойством: во всякое покрытие h может быть вписано покрытие

---

[32] *Менгер Карл мл.* (Menger Karl: 1903–1985) – австро-американский математик, родился в Вене, там же окончил университет, получил степень доктора наук в 1924 г., до 1930 г. преподавал в Амстердаме и в Вене, с 1930 г. – в США, с 1946 г. – профессор Иллинойского технологического института. К. Менгер был одним из основателей метрической геометрии, участником создания теории игр, внёс важный вклад в теорию графов.

h^* порядка меньше либо равного m+1, то наименьшее из таких чисел m называется *брауэровской*[33] *размерностью* пространства R и обозначается $Dim\,R$. Если чисел m, обладающих таким свойством, не существует, пространство R имеет бесконечную брауэровскую размерность.

П. С. Александрову принадлежит следующая **теорема***:*

Метрический компакт R имеет брауэровскую размерность n тогда и только тогда, когда: 1) для любого ε > 0 существует ε-отображение[34] *пространства R в n-мерный полиэдр; 2) для достаточно малых ε не существует ε-отображения пространства R в полиэдры размерности, меньшей n.*

Целью статьи [25] является обобщение теоремы П. С. Александрова на совершенно нормальные компактные пространства.

В 1940 г. в миланском математическом журнале вышла статья [26] Н. Б. Веденисова на французском языке, содержавшая результаты и доказательства статей [24] и [25].

В 1941 г. академик А. Н. Колмогоров представил в журнал «Известия АН СССР» (серия математическая) статью Н. Б. Веденисова [27]. В ней доказывается, что для размерности[35] (по Э. Чеху) справедливо предложение: если то-

---

33 *Брауэр Лёйтзен Эгберт Ян* (Brouwer Luitzen Egbertus Jan: 1881–1966) окончил университет в Амстердаме, там же работал профессором (1912–1951). Основные труды в области топологии, теории множеств, теории меры, комплексного анализа, математической логики; Брауэр инициировал появление нового направления в математике – интуиционизма.

34 Непрерывное отображение *y=f(x)* метрического пространства X в пространство Y называется *ε-отображением*, если прообраз каждой точки *y* из *f(X)* имеет диаметр меньший, чем ε.

35 *Размерность по Чеху* ($Dim\,R$) топологического пространства R определяется так: $Dim\,R = -1$ тогда и только тогда, когда R пусто: $Dim\,R = n$ ($n > -1$), если: 1) для любого замкнутого множества F из R и любой его окрестности $U(F) = U$ найдётся такая окрестность $V(F) = V^-$

пологическое пространство R нормально, размерность его бикомпактного расширения βR равна размерности R; а также приводятся некоторые следствия этой теоремы.

С началом Великой Отечественной войны Н. Б. Веденисов, несмотря на слабое здоровье и бронь, решил уйти в ополчение. В тяжелых боях под Ельней в окружении он был ранен и попал в плен. Осенью 1941 г. Николай Борисович Веденисов умер от ран в нечеловеческих условиях плена.

Уже после войны в 1948 г. в журнале «Успехи математических наук» была опубликована обзорная статья Н. Б. Веденисова [28] о бикомпактных пространствах, посланная ещё в 1941 г. В этой статье рассмотрены три предложения:

A) Каждое бесконечное множество M пространства X имеет точку полного накопления, т. е. такую точку x из X, в любой окрестности которой находится часть множества M, по мощности равная M.

B) Вполне упорядоченная невозрастающая последовательность непустых замкнутых множеств пространства X имеет непустое пересечение.

C) Из любого открытого, т. е. состоящего из открытых множеств, покрытия пространства X можно выделить конечное покрытие.

В статье доказано, что *топологическое пространство, обладающее любым из этих трёх свойств, обладает и двумя другими.* Пространства, обладающие этими свойствами, названы П. С. Александровым и П. С. Урысоном **бикомпактными**.

из U, что $Dim(V^- - V) \leq n-1$; 2) существует замкнутое множество F^* из R, имеющее такую окрестность $U(F^*) = U$, что для любой окрестности $V(F^*) = V^-$ из U имеет место неравенство $Dim(V^- - V) \geq n-1$.

1.4. Герчиков Альфред Израилевич (1915–1941)

Альфред Израилевич Герчиков родился в Санкт-Петербурге в семье служащего Герчикова Израиля Львовича. После революций 1917 г. семья перебралась в Москву и проживала по адресу Малая Бронная, д. 15, кв. 85 [31]. Там же, в Москве, Альфред по окончании средней школы в 1935 г. поступил на механико-математический факультет МГУ. В университете Альфред выбрал направление «алгебра» и стал участником семинара профессора А. Г. Куроша[36] [36]. Учась на последнем курсе, в конце 1939 г. он посылает статью «Кольца, разложимые в прямую сумму тел»[37] в журнал «Математический сборник». Статья [29] вышла в 1940 г.

Для понимания идей ученого необходимо принимать во внимание следующие положения.

Поле[38] есть тело с коммутативным умножением, и всякое конечное тело является полем. Простейший пример тела, не являющегося полем, – это тело кватернионов.

---

[36] *Курош Александр Геннадиевич* (1908–1971) – советский математик – родился в д. Ярцево (Смоленской губ.); окончил Смоленский университет (1928), доктор физико-математических наук (1937), профессор (1937); с 1930 г. работал в МГУ. С 1949 г. до самой смерти заведовал кафедрой алгебры. А. Г. Курош – творец московской алгебраической школы, автор учебника, пособий и монографий по алгебре. Выступления в защиту академика Д. Ф. Егорова в 1930 г. стоили ему исключения из комсомола, а защита арестованного А. С. Есенина-Вольпина (1968) – инфаркта и преждевременной смерти. Основные работы по алгебре связаны с теорией групп и теорией категорий.

[37] *Тело* (в алгебре) – это кольцо с единицей, в котором каждый ненулевой элемент имеет обратный, т. е. это множество с двумя операциями (сложение и умножение), обладающее следующими тремя свойствами: 1) образует абелеву группу относительно сложения; 2) все ненулевые элементы образуют группу по умножению; 3) имеет место дистрибутивность умножения относительно сложения.

[38] *Поле* (в алгебре) – это множество, содержащее не менее двух элементов, на котором заданы две бинарные операции – сложение и умно-

Напомним еще несколько определений. Левым идеалом кольца A называется подкольцо B, замкнутое относительно умножения слева на элементы из A. Ненулевой левый идеал кольца A называется *минимальным*, если не содержит ни одного другого ненулевого левого идеала. Левый идеал называется *главным* левым идеалом, если он порождён одним элементом. Условием минимальности некоторого множества K левых идеалов из кольца A будем называть условие, при котором либо любой левый ненулевой идеал из K является минимальным, либо он содержит левый минимальный идеал.

Статья Герчикова [29] состоит из трёх параграфов. В первом параграфе доказан ряд подготовительных лемм. Во втором параграфе доказана теорема, восходящая к понятию регулярного[39] кольца, введенному в 1930 г. фон Нейманом[40], а именно: *кольцо без нильпотентных элементов*

жение; обе ассоциативны и коммутативны, связаны между собой законом дистрибутивности. Требуется также существование нулевого элемента 0, а также единичного элемента $\boldsymbol{e}$. Для каждого элемента $\boldsymbol{a}$ существует противоположный элемент $(-\boldsymbol{a})$, т. е. $\boldsymbol{a} + (-\boldsymbol{a}) = 0$. Для каждого ненулевого $\boldsymbol{a}$ существует обратный $\boldsymbol{a}^{-1}$ такой, что $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{a}^{-1} = \boldsymbol{e}$. Итак, все элементы поля образуют абелеву группу по сложению, а все ненулевые элементы – абелеву группу по умножению.

[39] Ассоциативное кольцо A (т. е. кольцо, в котором умножение ассоциативно) называется *регулярным*, если для любого $a \in A$ найдется такое $x \in A$, что $axa = a$. Нильпотентный элемент кольца – это элемент, который в некоторой натуральной степени обращается в нуль.

[40] *Нейман Джон (Янош) фон* (Neumann John (Janos) von: 1903–1957) – выдающийся математик и физик, еврейского происхождения, родившийся в Будапеште, окончивший там же университет по направлению «математика», а также университет в Цюрихе по химическим технологиям. С 1930 г. жил в США; автор архитектуры современных компьютеров, теории игр, применения теории операторов в квантовой механике, квантовой физике, функциональном анализе; внес вклад в квантовую логику, информатику, экономику, теорию автоматов и др.; участник Манхэттенского проекта.

с условием минимальности для главных левых идеалов регулярно.

Основная **теорема**, доказанная в параграфе 3, гласит:

для того чтобы кольцо A было разложимо в двустороннюю прямую сумму некоторого множества тел, необходимо и достаточно, чтобы в A выполнялось условие минимальности для главных левых идеалов и чтобы в A отсутствовали нильпотентные элементы[41].

Статья А. И. Герчикова была высоко оценена алгебраистами[42]. В их числе был член-корреспондент АН СССР Н. Г. Чеботарёв[43], профессор А. Г. Курош [36] и др. Неслучайно теорема из статьи [29] носит в литературе название «теорема Герчикова»; она неоднократно применялась и обобщалась разными авторами.

С началом войны Альфред Израилевич Герчиков вступает добровольцем в 8-ю дивизию народного ополчения Москвы. Его назначают командиром взвода отдельного ар-

---

[41] Делитель нуля – это ненулевой элемент кольца, произведение которого на некоторый ненулевой элемент равно нулю. В некоммутативном случае различают левые (л. д.) и правые (п. д.) делители нуля. Если $\boldsymbol{a}$ – л. д. нуля, а $\boldsymbol{b}$ – п. д. нуля и при этом $\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{k}}$ (в частности, когда $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{b}$), то $\boldsymbol{a}$ называют *нильпотентным элементом.*

[42] Об этом пишет А. Г. Курош в статье «Памяти молодых советских алгебраистов, погибших на фронтах Великой Отечественной войны» (УМН. 25, № 3 (1970), с. 253).

[43] *Чеботарев Николай Григорьевич* (1894–1947) – видный советский математик; родился в г. Каменец-Подольске Подольской губернии (ныне Каменец-Подольский Хмельницкой области). Окончил Киевский Святого Владимира университет (1916), перенесенный в 1915 г. в Саратов; доктор физико-математических наук (1937), профессор (1918), член-корреспондент АН СССР (1929). В 1921–1927 гг. работал в Одесском университете. С 1928 г. – в Казанском университете. Основные труды – в области общей алгебры, теории групп, теории Галуа, геометрии Лобачевского, вариационного исчисления, теории чисел, теории функций. Сталинскую премию получил посмертно. По идеологическим причинам не смог стать действительным членом АН СССР.

тиллерийского дивизиона ПТО и присваивают звание лейтенанта. В боях против немецко-фашистских войск в ноябре 1941 г. он пропал без вести [40].

Приказ Главного управления кадров Министерства вооруженных сил СССР о признании А. И. Герчикова пропавшим без вести был подписан заместителем начальника Главного управления кадров ВС СССР генерал-лейтенантом Коровниковым 19 июня 1946 г.

1.5. Глезерман Марк Ефимович (1915–1941)

М. Е. Глезерман

Марк Ефимович Глезерман родился в посёлке[44] Воскресенске Московской губернии в семье зубного врача Ефима Глезермана. В 1932 г. поступил на химический факультет МГУ, но тяга к изучению математики привела его в 1934 г. на механико-математический факультет МГУ. В этом же году он организовал при механико-математическом факультете математический кружок для школьников, а с 1935 г. участвовал в организации и проведении олимпиад для школьников Москвы. На этом же факультете Марк слушал лекции своего будущего научного руководителя Льва Семёновича Понтрягина[45] (1908–1986). Под руководством

[44] С 1938 г. город Воскресенск.

[45] *Понтрягин Лев Семёнович* (1908-1988) – выдающийся математик, внёсший значительный вклад в алгебраическую и дифференциальную топологию, теорию колебаний, вариационное исчисление, математическую теорию оптимальных процессов, дифференциальные игры; член-корреспондент АН СССР (1939), академик АН СССР (1958); окончил учёбу

Л. С. Понтрягина Марк пишет дипломную работу «Пересечения в многообразиях». В 1940 г. М. Е. Глазерман оканчивает с отличием МГУ и поступает в аспирантуру к Л. С. Понтрягину. В это же время М. Е. Глезерман начинает преподавать в Артиллерийской академии РККА им. Ф. Э. Дзержинского.

В аспирантуре М. Е. Глезерман перерабатывает свою дипломную работу в статью [39]. Л. С. Понтрягин в примечаниях к статье писал: «К началу Великой Отечественной войны статья была почти полностью подготовлена к печати, но война помешала её изданию… Теперь, после окончания войны, статью пришлось заново пересмотреть и внести в неё некоторые изменения». Добавлю, что внесенные Л. С. Понтрягиным изменения были дополнены однокурсником М. Е. Глезермана – Михаилом Шура-Бура[46]. Теория пересечений многообразий, построенная в 1926 г. Соломоном Лефшецом[47], содержала достаточное количество нестрогих мест. В статье Марка Глезермана и Л. С. Понтрягина даётся строгое и последовательное изложение теории пересечения многообразий. При этом рассматриваются многогранники общего типа и общего положения, а не только симплициальные многообразия и циклы, реализуемые Лефшецом в виде геометрических образований, составлен-

---

в МГУ в 1929 г. и поступил в аспирантуру к П. С. Александрову, при этом будучи с 14 лет слепым. Обвинения в антисемитизме (с 1968 г.) отвергал, написав в своих воспоминаниях, «что боролся с сионизмом», помогая чем мог евреям-математикам, в частности В. А. Рохлину.

[46] *Шура-Бура Михаил Романович* (1918-2008) – ученик П. С. Александрова, профессор (1955), доктор физико-математических наук (1954), один из пионеров компьютерных наук в СССР.

[47] *Лефшец Соломон* (Lefschetz Solomon: 1884-1972) – американский математик, профессор Принстонского ун-та, основные труды в области алгебраической геометрии, теории многомерных алгебраических многообразий, теории устойчивости и качественной теории дифференциальных уравнений.

ных из выпуклых многогранников, лежащих в основных симплексах многообразия.

Статья [39] объемом в 100 страниц состоит из пяти параграфов. В параграфе 1 «Выпуклые многогранники» интересен п. 1.5, где даётся определение многогранников общего типа и общего положения. В параграфе 2 «Теоремы об ориентации» даётся определение ориентации евклидова пространства и r-мерного выпуклого множества[48], близкое к определению П. С. Александрова в его книге «Комбинаторная топология» (1947). В этом же параграфе центральным представляется формула Лефшеца для границ пересечения цепей. В параграфе 3 «Полигональные цепи» определения и результаты двух предыдущих параграфов переносятся из евклидова пространства в комплексы. В целом этот параграф носит вспомогательный характер для параграфа 5. В параграфе 4 «Барицентрическое подразделение», кроме основных свойств барицентрического подразделения, строятся так называемые *m*-подразделения и исследуются пересечения *m*-клеток. Параграф 5 «Кольцо Лефшеца» является основным в статье [39]. От вспомогательных понятий в нём содержится переход к главному содержанию статьи – инвариантам Лефшеца. В п. 5.1 изучаются звёздные аппроксимации полигональных цепей. В п. 5.2 определяется кольцо Лефшеца. В п. 5.3 изучаются пересечения непрерывных цепей. Наконец, в п. 5.4 доказывается изоморфизм колец Лефшеца и Александера[49].

---

[48] Ориентацией *r*-мерного выпуклого множества называется ориентация его несущей гиперплоскости.

[49] *Александер Джеймс Уэделл* (Alexander James Waddell: 1888–1971) – американский математик, член Национальной академии наук США (1930). Окончил Принстонский университет (1910), работал там же до 1933 г.; профессор (1928); с 1933 г. – в Институте перспективных исследований в Принстоне. Основные труды в области топологии. Им доказана топологическая инвариантность симплициальных гомологий; в 1923 г. доказал

С началом Великой Отечественной войны Марк Ефимович Глезерман, несмотря на то, что имел бронь как преподаватель Артиллерийской академии, вступил в ряды народного ополчения Москвы. 8 октября 1941 г. в тяжелых боях у деревни Уварово Ельнинского района Московской области М. Е Глезерман погиб.

О жизни М. Е. Глезермана ярко написал [32] его однокурсник, ученик П. С. Александрова, ветеран войны, участник Атомного проекта, сотрудник Института прикладной математики АН СССР, доктор физико-математических наук (1981) Яков Маркович Каждан (1918–2007).

закон двойственности для полиэдров; он один из творцов теории узлов, алгебраической геометрии; получил важные результаты о неподвижных точках при непрерывных отображениях в теории функций.

1.6. Песин Моисей Ильич
(1913–1941)

Моисей Ильич Песин родился в год празднования 300-летия династии российских царей из дома Романовых. В 1930 г., после окончания школы второй ступени (10-летки) в Баку, он начинает работать. В 1934 г. Моисей поступает на первый курс механико-математического факультета МГУ. В 1937–1938 учебном году Моисей слушает курс лекций профессора А. П. Нордена[50] «Геометрия аффинной связности». И сам курс, и поставленные в нем вопросы повлияли на выбор М. И. Песиным и научного руководителя, и направления его научной работы. В 1939 г. М. И. Песин оканчивает МГУ и поступает в аспирантуру МГУ к А. П. Нордену [42].

В 1940 г. в сборнике студенческих научных работ выходит большая статья М. И. Песина «О геодезическом отображении шестиугольного перенесения Рашевского» [38]. В статье доказана гипотеза А. П. Нордена, что «шестиугольное перенесение» Рашевского[51] должно геодезически отображаться на некоторый класс поверхностей вращения. Ста-

---

[50] *Норден Александр Петрович* (1904–1993) проходил обучение в МГУ (1926–1930). В 1932 г защитил кандидатскую диссертацию, а в 1937 г. – докторскую; с 1937 г. профессор МГУ; с сентября 1945 г. – заведующий кафедрой геометрии Казанского университета. Уже в докторской диссертации «О внутренних геометриях поверхностей проективного пространства» заложил основы метода нормализации.

[51] *Рашевский Пётр Константинович* (1907–1983) окончил в 1923 г. среднюю 9-летнюю школу в г. Раненбурге (ныне г. Чаплыгин) Рязанской губернии и в том же году поступил на первый курс физико-математического факультета МГУ. В 1928 г. он оканчивает учебу и работает в разных вузах Москвы; профессор (1934); доктор физико-математических наук (1938); с 1938 г. работает на механико-математическом факультете МГУ. Основные труды – в области геометрии (дифференциальной) и теории групп Ли.

тья состоит из двух частей: в первой (параграфы 1–9) отыскивается инвариантный признак упомянутых поверхностей, вторая же часть (параграфы 10–11) посвящена отысканию линейного элемента поверхности и сравнения полученных результатов с результатами П. К. Рашевского [41]. Заметим, что «шестиугольные перенесения Рашевского» характеризуются необходимым и достаточным признаком: при условии, что тензоры[52] Риччи[53] симметричны $R_{ij} = R_{ji}$, должно иметь место уравнение:

$$\nabla_k \cdot R_{ij} + \nabla_i \cdot R_{jk} + \nabla_j \cdot R_{ki} = 0. \qquad (1)$$

Изучение свойств тензора Риччи в итоге приводит М. И. Песина к следующей теореме:

Шестиугольное перенесение Рашевского геодезически отображается на поверхности вращения, дифференциальные параметры кривизны (гауссовой) которых выражаются по формулам (формулы приведены).

---

[52] Тензор Риччи измеряет, грубо говоря, деформацию объёма, т. е. степень отличия *n*-мерных областей *n*-мерного многообразия от аналогичных областей евклидова пространства. Таким образом, тензор задаёт один из способов измерения кривизны многообразия, т. е. степень отличия геометрии многообразия от геометрии плоского евклидова пространства. Тензор Риччи служит математической основой общей теории относительности Эйнштейна.

[53] *Риччи-Курбастро Грегорио* (Ricci-Curbastro Gregorio: 1853–1925) – итальянский математик, ученик У. Дини и Э. Бетти. Профессор Падуанского университета, член национальной академии де Линчей (1916). Учился в Римском и Болонском университетах и Высшей нормальной школе Пизы (1873–1875). После защиты диссертации (1875) получил стипендию для учебы в Высшей технической школе (Мюнхен) у Ф. Клейна (1877–1878). Основные труды – в области дифференциальной геометрии, математической физики, дифференциальных уравнений и общей алгебры. Им разработаны основы тензорного исчисления (1901) и определено ковариантное дифференцирование для римановых многообразий.

Вместе с другими аспирантами Моисей Ильич Песин пошёл добровольцем в народное ополчение и погиб на подступах к Москве в октябре 1941 г.

Заметим ещё, что начатое в 80-х гг. XX века изучение потока Риччи (уравнение имеет вид $\partial_t g_t = -2Rc_t$, где g_t обозначает однопараметрическое семейство римановых метрик на полном многообразии, t – вещественный параметр, а Rc_t – его тензор Риччи) привело в 2003 г. Г. Я. Перельмана (г.р. 1966) к решению (в частности) знаменитой гипотезы[54] Пуанкаре.

[54] Гипотеза была выдвинута Пуанкаре в 1914 г. Она гласит: всякое односвязное компактное трёхмерное многообразие без края гомеоморфно трёхмерной сфере. Односвязность пространства означает, что в нём любой замкнутый путь можно стянуть в точку.

1.7. Селиверстов Глеб Александрович (1905–1944)

Селиверстов Глеб Александрович родился 24 июля 1905 г. в Иркутске в семье инженера-строителя Транссибирской железной дороги Александра Николаевича Селиверстова. В гимназии учился легко, но математикой увлёкся только в 15 лет. Самостоятельно изучил первый том «Курса анализа» Жан-Батиста Гурса[55] и том «Курса анализа» Камилла Жордана[56] (обе книги – на французском языке[57]). В 1921 г. в возрасте 16 лет Глеб поступает на первый курс физико-математического факультета Московского государственного университета, где начинает активно работать в научном семинаре В. В. Степанова, знакомясь и с научной литературой, и с участниками семинара. На Глеба Селиверстова не могли не повлиять результаты Андрея Колмогорова, построившего в июне 1922 г. пример ряда Фурье, расходящегося почти всюду. Андрей был на два года старше Глеба и учился на курс старше, а его пример был известен всюду. Когда Глеб узнает, что тема *сходимости почти везде тригонометрического ряда* интересует А. Н. Колмогорова, он начинает увлеченно заниматься ею. В 1924 г. и 1926 г. они публикуют во Франции результаты [38; 39], представлен-

---

[55] *Гурса Эдуар Жан Батист* (Edouard Jean Baptist Goursat: 1858–1926) – французский математик, профессор Парижского университета (1897), член Французской АН (1915). Основные труды – в области дифференциальных уравнений с частными производными и теории аналитических функций.

[56] *Жордан Камиль Мари Энмон* (Kamille Marie Ennemond Jordan: 1838–1922) – французский математик; учился в Политехнической школе, работал инженером. В 1861 г. защитил диссертацию по математике, но продолжал работать инженером; с 1876 г. профессор в Политехнической школе. Основные работы относятся к топологии (он ввёл понятие гомотопии), линейной алгебре и теории групп, математическому анализу.

[57] «Курс анализа» Гурсы был переведен на русский язык лишь в 1933–1934 гг.

ные Анри Лебегом[58], последовательно усиливающие результат Харди[59] (1913):

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(log^2 n\,(a_n^2 + b_n^2)) < \infty, \qquad (1)$$

уменьшая степень при логарифме.

К 1966 г. Л. Карлесон[60] доказал, что сходимость тригонометрического ряда уже гарантирует условие:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(a_n^2 + b_n^2) < \infty. \qquad (2)$$

Этот результат Л. Карлесона объяснял нежелание Г. А. Селиверстова тратить силы на вероятно незначительные улучшения результата Харди.

С 1930 г. Г. А. Селиверстов занялся теорией теплоустойчивости, считая её очень важной практической задачей для страны с длительным зимним периодом. Первым результатом этой работы стала статья [43], в которой математическая теория теплоустойчивости стен сводится к реше-

---

[58] *Лебег Анри* (Lebesgue Henri Leon: 1875–1941) – французский математик, профессор Парижского университета (1910), член Парижской АН (1922), один из основоположников современного математического анализа; автор теории меры Лебега и интеграла Лебега.

[59] *Харди Годфри Харолд* (Hardy Godfrey Harold: 1877–1947) – английский математик, профессор Оксфордского университета (1919), с 1931 г. – профессор Кембриджского университета. Основные работы – в области теории чисел и математического анализа, а также в биологии. Добавим, что Г. Харди был наставником знаменитого индийского математика Сринивасы Рамануджана (1887–1920).

[60] *Карлесон Леннарт Аксель* (Lennart Axel Carleson: 1928) – шведский математик, в 1953 г. окончил университет в Упсале, в котором с 1955 г. является профессором. Основные труды – в области математического анализа. В 1966 г. доказал сходимость почти всюду рядов Фурье для квадратично интегрируемых функций.

нию дифференциального уравнения в частных производных. Считая технически сложным путь решения этой задачи, он даёт совет, как практически применить решение с помощью диаграммы с учётом неоднородности стены при переходе через границу слоя. Продолжением статьи явились две книги – «К вопросу тепловой инерции зданий» (1933) [44] и «Теплоустойчивость зданий» (1934) [45]. В четырех главах первой из них рассмотрены попытки разных авторов создать теорию теплоустойчивости. Ученый на основе строгих математических расчетов делает вывод о противоречивости этих теорий и допущенных в них математических ошибках, одновременно закладывая основы для собственного вполне законченного метода расчета. Во введении отмечается, что приведенные в работе математические расчеты были прорецензированы профессорами МГУ И. И. Приваловым[61] и В. В. Степановым, всецело поддержавшими выводы автора.

[61] *Привалов Иван Иванович* (1891–1941) – советский математик, родился в г. Нижний Ломов Пензенской губернии. В 1909 г. после окончания гимназии (с золотой медалью) поступил в Московский государственный университет; летом 1911 г. слушал в Гёттингене лекции Д. Гильберта, Ф. Клейна и Э. Ландау. В 1913 г. окончил учебу в университете. Продолжил исследования в области теории функций действительной переменной под руководством профессора Д. Ф. Егорова (1869–1931) и самостоятельные исследования в области теории функций комплексной переменной. Эти темы останутся основными в его деятельности. К ним можно добавить теорию тригонометрических рядов. В 1918–1921 гг. он преподаёт в Саратовском университете, где ему присваивают звание профессора. В 1922 г. по возвращении в Москву он получает это же звание в Московском государственном университете. С 1935 г. он становится доктором физико-математических наук; в январе 1939 г. его избирают членом-корреспондентом АН СССР. И. И. Привалов, как и его научный руководитель Д. Ф. Егоров, умирает в больнице (Д. Ф. Егоров – в тюремной, Н. И. Привалов – в психиатрической) в июле 1941 г.

В четырёх главах второй книги ученый заменяет сложные вычисления по точным формулам построением графика и нахождением табличных величин.

В своих теплых воспоминаниях о Г. А. Селиверстове [35] А. Н. Колмогоров сожалеет, что Глеб Александрович после 1930 г. перестал заниматься чистой математикой. Он относит это к влиянию отца – А. Н. Селиверстова. Вполне возможно, что так оно и было, хотя на решение ученого могла повлиять обстановка, царившая в Московском математическом обществе, президент которого – Д. Ф. Егоров – был арестован[62] и выслан в Казань, где и умер в 1931 г. в тюремной больнице.

Г. А. Селиверстов был призван в армию в 1942 г. С 1943 г. находился на фронте, был командиром миномётного расчета. Погиб в феврале 1944 г. [35] на Украине, в Житомирской области.

[62] Д. Ф. Егоров был обвинен как участник Всесоюзной контрреволюционной организации «Истинно православная церковь» (катакомбная церковь) и арестован в октябре 1930 г.

1.8. Шклярский Давид Оскарович (1918–1942)

Д. О. Шклярский

Давид Оскарович Шклярский родился 23 ноября 1918 г. в Харькове, позже жил и учился в Москве. Воспитывался матерью, которую любил и о которой нежно заботился. Математикой заинтересовался в старших классах школы, когда пытался решить проблему Ферма. Серьёзно занимался в математическом кружке учителя А. И. Фетисова[63] [30], а позднее, с 1935 г. – в кружке при МГУ третьекурсника механико-математического факультата Г. Е. Шилова[64]. В 1936 г. полу-

---

[63] *Фетисов Антонин Иванович* (1891–1979) – экстерном окончил МГУ (1928), дипломную писал под руководством академика Н. Н. Лузина, после чего переехал из г. Одоев Тульской области в Москву; кандидат педагогических наук (1946).

[64] *Шилов Георгий Евгеньевич* (1917–1973) (до 1937 г. – Боссе Юрий Георгиевич) – окончил МГУ (1938), там же – аспирантуру (1941); работал в МГУ с 1946 г., а в период 1951–1954 гг. – в Киевском университете; доктор физико-математических наук (1951), профессор (1952). Основные труды – в области функционального анализа, обобщенных функций, теории дифференциальных уравнений в частных производных.

чил первую премию на II Московской математической олимпиаде.

В тот же год он поступил на первый курс механико-математического факультета МГУ. В период 1937–1941 гг. руководил одной из секций математического кружка при МГУ [47]. Задачи, предлагавшиеся им для занятий в кружке, послужили важной частью для изданного и многократно переизданного уже после Великой Отечественной войны трёхтомника «Избранные задачи и теоремы элементарной математики» по алгебре и арифметике (с 1976), геометрии и планиметрии (с 1950), стереометрии (с 1954) трёх авторов: Д. О. Шклярского, Н. Н. Ченцова[65], И. М. Яглома[66] В студенческие годы Д. О. Шклярский активно участвует в работах различных научных кружков и семинаров как по геометрии, так и по топологии. В сентябре 1940 г. его доклад «О покрытиях сферы» был представлен на заседании Московского математического общества. Печатная версия [48] вышла в 1945 г. в журнале «Математический сборник». В статье приводятся две теоремы. При этом 2-я теорема, как доказывает Давид Оскарович, есть следствие 1-й теоремы и для двумерного случая является обобщением теоремы Л. Г. Шнирельмана[67]: *если три замкнутых множества покрывают (дву-*

[65] *Ченцов Николай Николаевич* (1930–1992) – окончил МГУ (1952), доктор физико-математических наук (1968), профессор (1972). Основные труды – в области математической статистики, теории статистического вывода, математического моделирования.

[66] *Яглом Исаак Моисеевич* (1921–1988) – окончил Свердловский государственный университет (1942), аспирантуру МГУ (1945), доктор физико-математических наук (1965), профессор (1966). Кроме ряда московских вузов, преподавал в Орехово-Зуеве (1949–1956) и в Ярославском университете (1974–1983). Основные труды – в области дифференциальной геометрии, методики преподавания математики и различным связям науки и культуры с математикой; автор или соавтор более 40 книг.

[67] *Шнирельман Лев Генрихович* (1905–1938) – советский математик, профессор (1929), член-корреспондент АН СССР (1933); родился в Гомеле

мерную) сферу S, то по крайней мере в одном из них есть пара диаметрально противоположных точек.

Для формулировки 1-й теоремы дадим необходимые определения.

Рассмотрим покрытие двумерной сферы S замкнутыми множествами $A_1, ..., A_n$. Это покрытие обозначим символом $\{A_i\}$. Назовём покрытие $\{B_i\}$ эквивалентным покрытию $\{A_i\}$, если оно получено из $\{A_i\}$ гомеоморфным отображением сферы S на себя. Будем говорить, что покрытие $\{A_i\}$ пересекается с $\{B_i\}$, если хотя бы одно из пересечений A_iB_i ($i = 1, 2, ..., n$) не пусто. Будем говорить, что покрытие $\{B_i\}$ *снимается* с покрытия $\{A_i\}$, если существует покрытие $\{C_i\}$, эквивалентное $\{B_i\}$ и не пересекающееся с $\{A_i\}$. Покрытие $\{A_i\}$ имеет *кратность* k, если существует точка x сферы S, принадлежащая k из замкнутых множеств A_i, образующих покрытие $\{A_i\}$.

Теорема 1. *Если покрытие $\{A_i\}$ можно снимать с самого себя, то оно имеет кратность три.*

Теорема 2. *Если замкнутые множества A_1, A_2, A_3 покрывают сферу S, то при любом гомеоморфизме S в самое себя*

в семье учителя русского языка Генриха Хаимовича Шнирельмана. В 1920 г. в пятнадцатилетнем возрасте по настоянию профессора Н. Н. Лузина поступил в Московский государственный университет, учебу в котором закончил за два с половиной года. В 1925 г. окончил аспирантуру Института математики и механики МГУ. В 1929–1934 гг. был профессором Донского политехнического института (г. Новочеркасск). С 1934 г. – научный сотрудник Математического института АН СССР (в 1935 г. присвоена степень доктора физико-математических наук) и одновременно профессор механико-математического факультета МГУ, где в 1936 г. организовал и возглавил кафедру теории чисел. В 1938 г., после ареста и кратковременного пребывания в заключении, 24 сентября 1938 г. покончил с собой. Основные труды – в области аддитивной теории чисел, общей топологии и в развитии топологических методов вариационного исчисления.

существует точка, которая вместе со своим образом содержится в одном множестве A_i.

До настоящего времени неизвестно, какие именно аналоги 1-й теоремы Шклярского имеют место для произвольного гомеоморфизма n-мерной сферы ($n > 2$).

В январе 1941 г. на заседании Московского математического общества (далее – ММО) Давид Оскарович Шклярский стал первым студентом, удостоенным премии ММО молодым математикам.

Другая работа Д. О. Шклярского под названием «Условно сходящиеся ряды векторов» была опубликована в журнале «Успехи математических наук» в 1944 г. (вып. 10, с. 51–59).

В этой работе рассматривается ряд

$$u_1 + u_2 + \cdots + u_n + \cdots, \qquad (1)$$

составленный из векторов n-мерного пространства R_n. Для ряда действительных чисел имеет место теорема Римана[68]: *если ряд действительных чисел сходится не абсолютно, то перестановками его членов можно в качестве суммы ряда получить любое действительное число.*

Возвращаясь к пространству R_n, если в нём область сумм состоит из одной точки, т. е. если сумма не зависит от порядка членов, то ряд называется безусловно сходящимся. Если же область сумм состоит более чем из одной точки, то ряд называют условно сходящимся. В начале XX века Поль

---

[68] *Риман Бернхард* (Riemann Bernhard: 1825–1866) – великий немецкий математик, член Берлинской (1859) и Парижской (1860) АН. Учился в Геттингенском и Берлинском университетах. Защитил Phd (1851) под руководством Гаусса. В 1863 г. ввел понятие (Римановой) геометрии. С 1859 г. – профессор университета. Риман преобразовал математический анализ, комплексный анализ, дифференциальную геометрию, математическую физику, арифметику; внес вклад в создание топологии.

Леви[69] (1905) и Эрнст Штейниц[70] (1913) доказали следующую теорему: *область сумм ряда векторов n-мерного пространства* R_n, *который сходится хотя бы при одном расположении его членов, есть k-мерное подпространство,* $0 \leq k \leq n$. *Для каждого k-мерного подпространства можно построить ряд векторов, для которого это подпространство служит областью сумм.*

Для $n = 1$ из теоремы Леви – Штейница следует теорема Римана. Статья Д. О. Шлярского содержит дальнейшее обобщение теоремы Леви – Штайница. Для формулировки результатов понадобится еще несколько определений. Обозначим множество векторов ряда (1) через U. Совокупность всевозможных частных сумм из конечного числа векторов u_i из U обозначим через U^*. Каждое направление в пространстве, вдоль которого частные суммы не могут заходить как угодно далеко, определяется своим единичным вектором φ. Направление φ назовём *направлением сходимости*, если множество $\overline{\varphi U^*}$ проекций векторов U^* на это направление ограничено по абсолютной величине, т. е. если $|\varphi s| < K$ для всех s из U^*. Для множества M из R_n через $\overline{M}$ будем обозначать наименьшее выпуклое замкнутое множество, содержащее M. Теперь можно формулировать первую **теорему**:

Если каждое направление в пространстве есть направление сходимости для U, то ряд (1) сходится безусловно и его

---

[69] *Леви Поль* (Paul Pierre Levy: 1885–1971) – французский математик, член Парижской АН (1964). П. Леви внёс вклад в теорию случайных процессов, теорию вероятностей (основоположник общих предельных теорем (1934)), функциональный анализ, механику.

[70] *Штейниц Эрнст* (Steinitz Ernst: 1871–1928) – немецкий математик еврейского происхождения. Учился в университетах Бреслау и Берлина. В 1894 г. защитил Phd, с 1910 г. – профессор университета в Бреслау, с 1820 г. – Кильского университета. Основные труды – в области алгебраической теории поля и теории многогранников.

область сумм есть центр симметрии выпуклого замкнутого множества $2\bar{U}$.

Вторая **теорема** формулируется так:

Если каждое направление пространства R_n служит для U направлением расходимости, то областью сумм для U будет все пространство R_n.

Наконец, третья **теорема** формулируется так:

Область сумм ряда U векторов, сходящихся хотя бы при одном расположении его членов, есть k-мерное подпространство, $0 \le k \le n$, образованное центрами симметрии выпуклого множества $2\bar{U}$.

В конце статьи содержится проблема: выделить и исследовать класс пространств, для которых абсолютная сходимость (т. е. сходимость суммы норм векторов) совпадает с безусловной.

В 1941 г. Д. О. Шклярский с отличием оканчивает МГУ, но начинается Великая Отечественная война, и Д. О. Шклярского направляют в ЦАГИ. Однако Давид Оскарович подаёт заявление с просьбой отправить его добровольцем в действующую армию.

В феврале 1942 г. его направили в партизанский отряд «Железняк», находившийся за линией фронта. Он базировался на территории Белоруссии. 26 июня 1942 г. Д. О. Шклярский погиб при не совсем ясных обстоятельствах в Бегомельском районе Белоруссии. Похоронен в братской могиле в д. Острежье Витебской области, в Белоруссии [30].

1.9. Юнович Борис Мордухович (Маркович) (1906–1942)

Б. М. Юнович

Борис Мордухович (Маркович) Юнович родился 1 марта 1906 г. в г. Витебске Витебской губернии. В 1925 г. поступил на первый курс физико-математического факультета МГУ, который окончил в 1930 г. По распределении Б. М. Юнович становится преподавателем в одном из экономических вузов Москвы. Об этом мы можем судить только по воинскому званию, которое он получил, будучи призванным 22 июня 1941 г.: интендант 3-го ранга запаса.

В июне 1934 г. Б. М. Юнович участвует в работе 2-го Всесоюзного математического съезда в Ленинграде, где на заседании секции «Анализ 1» (Теория функций) делает сообщение «О дифференцировании функций множеств». Очень краткое изложение этого сообщения (14 строк) было дано в «Трудах съезда» (т. 2, с. 145–146) в декабре 1935 г. В конце этого сообщения было сказано, что подробнее доклад будет изложен в «Докладах АН СССР». Так и случилось, но только в октябре 1940 г. Статью [49] представил академик А. Н. Колмогоров.

Пусть даны две функции множеств $\mu(E)$ и $\varphi(E)$, определённые в пространстве R. Тогда производная от функции $\varphi(E)$ по функции $\mu(E)$ в точке P есть $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{\varphi(A_n(P))}{\mu(A_n(P))}$, где $A_n(P)$ – некоторая последовательность множеств, поставленная в соответствие точке P. Систему таких последовательностей $A_n(P)$, определённых для каждой точки Р, будем обозначать $R\{A_n(P)\}$. Целью статьи является *определение необходимых и достаточных условий, которые надо наложить на систему множеств* $R\{A_n(P)\}$ *для того, чтобы при данной абсолютно аддитивной*[71] *функции* $\mu(E)$ *всякая такая же функция* $\varphi(E)$*, вполне непрерывная относительно первой, т. е. представимая виде*

$$\varphi(E) = \int\limits_{E} f(P)\,d\mu(E), \qquad (1)$$

имела почти всюду μ*-определенную производную, равную* $f(P)$*.*

Необходимые и достаточные условия, о которых идет речь, определяются в зависимости от свойств функции $f(P)$.

В 1939 г. Б. М. Юнович защищает диссертацию по анализу на степень кандидата физико-математических наук. Как было уже сказано выше, с первого дня Великой Отечественной войны Б. М. Юнович находился в действующей армии. Во время наступления советских войск под Москвой в конце 1941 г. Б. М. Юнович погиб.

---

[71] Теперь абсолютно аддитивные функции множеств называют *мерой, т. е.* это аддитивная функция множеств f, принимающая лишь неотрицательные значения, $f(\emptyset)=0$ и множество объединений попарно непересекающихся множеств есть σ-алгебра (алгебра множеств, замкнутых относительно операции счетного объединения).

Список литературы к части 1

1. Алексеев В. М., Фомин С. В. Михаил Валерьевич Бебутов // УМН. 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 237–239.
2. Бавли Г. М. О некоторых обобщениях предельного закона Пуассона // Труды 2-го Всесоюзного математического съезда (1934). Т. 2. Секционные доклады. Л.: Изд-во АН СССР, 1935. 380 с.
3. Бавли Г. М. Обобщение предельной теоремы Пуассона // Доклады АН СССР. 1935. Т. 2. С. 508–511.
4. Bawly G. M. Über einige Verallgemeinungen der Grenzwertsätze der Warscheinlichkeitsrechnung // Матем. сб. 1936. Т. 1 (43). № 6. С. 917–930.
5. Бавли Г. М. Обобщение предельной теоремы Пуассона // Ученые записки ун-та. Свердловск, 1937. 2. С. 5–6.
6. Бавли Г. М. О локальной предельной теореме теории вероятностей // Ученые записки ун-та. Свердловск, 1937. 2. С. 7–21.
7. Bawly G. Über den lokalen Grenzwertsatz der Warscheinlichkeitsrechnung. Istanbul: Üniversitesi fen Fakültesi Mecmuasi, Ser. 2, T. 2, Fasc. 2 (1937). S. 79–92.
8. Бебутов М. В. О динамических системах, устойчивых по Ляпунову // Доклады АН СССР. 1938. 18. № 3. С. 155–158.
9. Бебутов М. В., Шнейдер В. Е. Об одном счетном топологическом пространстве // Учен. записки ун-та. М., 1939. 30. С. 167–160.
10. Бебутов М. В. Одна теорема о симплициальных комплексах // Доклады АН СССР. 1938. 19. № 5 С. 347–348.
11. Бебутов М. В. Об отображении траекторий динамической системы на семейство параллельных прямых. М.: Бюлл. ун-та (А), 1939. № 3. С. 3–23.
12. Бебутов М. В., Степанов В. В. Об изменении времени в динамических системах с инвариантной мерой // Доклады АН СССР. 1939. 24. № 3 С. 217–219.
13. Бебутов М. В., Степанов В. В. Sur la mesure invariante dans les systèmes dynamiques qui ne different que par le temps // Матем. сб. 1940. Т. 7 (49). № 1 С. 143–166.

14. Бебутов М. В. О динамических системах в пространстве непрерывных функций // Доклады АН СССР. 1940. 29. № 9. С. 904–906.

15. Бебутов М. В. О динамических системах в пространстве непрерывных функций. М.: Бюлл. ин-та математики ун-та, 1940. 215. С. 31–47.

16. Бебутов М. В. Цепи Маркова с компактным пространством состояний // Доклады АН СССР. 1941. 30. № 6. С. 180–181.

17. Бебутов М. В. Цепи Маркова с компактным пространством состояний // Мат. сб. 1942. Т. 52. № 3. С. 213–238.

18. Wedenisoff N. B. Sur le espaces métriques complets. J. math. pur et appl. 9 (1931). Pp. 377–392.

19. Wedenisoff N. B. Sur les fonctions continues dans des espaces topologiques. Fund. Math. 27 (1936). Pp. 234–238.

20. Wedenisoff N.B. Sur an problème de Paul Alexandroff. Ann. of Math., 37 (1936). Pp. 427–428.

21. Веденисов Н. Б. О многообразиях в смысле E. Ĉech'a // Доклады АН СССР. 1937. 16. 39 С. 443–445.

22. Веденисов Н. Б. О некоторых топологических свойствах упорядоченных множеств // Учен. записки гос. пединститута. Сер. физ.-мат. М., 1938. 2. С. 15–26.

23. Веденисов Н. Б. Замечания о непрерывных функциях в топологических пространствах // Учен. записки гос. пединститута. Сер. физ.-мат. М., 1938. 2. С. 47–52.

24. Веденисов Н. Б. Замечания о размерности топологических пространств // Учен. записки ун-та. М., 1939. 30. С. 131–140.

25. Веденисов Н. Б. Обобщение одной теоремы теории размерности // Учен. записки гос. пединститута. Сер. физ.-мат. М., 1940. 7. С. 35–40.

26. Wedenisoff N. B. Généralisation de quelques théorèmes sur la dimension // Comp. mathem. 1940. 7. Pp. 194–200.

27. Веденисов Н. Б. О размерности в смысле E. Ĉech'a // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1941. 5. С. 211–216.

28. Веденисов Н. Б. Бикомпактные пространства // УМН. 1948. Т. 3. № 4. С. 67–79.

29. Герчиков А. И. Кольца, разложимые в прямую сумму тел // Мат. сб. 1940. Т. 7 (49). № 3. С. 591–597.

30. Головина Л. И. Давид Оскарович Шклярский (1918–1942) // УМН. 1970. Т. 25. № 3. С. 248–252.

31. Дело академика Николая Николаевича Лузина. М.: МЦНМО, 2019. 328 с.

32. Каждан Я. М. Марк Ефимович Глезерман // УМН. 1970. 25. № 3. С. 241–243.

33. Kolmogoroff A., Seliverstoff G. Sur la convergence des séries de Fourier. C. r. Acad. sci., 178 (1924). Pp. 303–306.

34. Kolmogoroff A., Seliverstoff G. Sur la convergence des séries de Fourier. Atti Acad. Lincei, 3 (1926). Pp. 307–310.

35. Колмогоров А. Н. Глеб Александрович Селиверстов // УМН. 1970. Т. 25. № 3. С. 244–245.

36. Курош А. Г. Памяти молодых советских алгебраистов, погибших на фронтах Великой Отечественной войны // Успехи математических наук. 1970. Т. 2. Вып. 3. С. 252–253.

37. Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. Т. 2. Биобиблиография. М.: Физматлит, 1959. 819 с.

38. Песин М. И. О геодезическом отображении шестиугольного перенесения Рашевского // Сб. студ. научных работ МГУ. М., 1940. Вып. 18. С. 64–86.

39. Понтрягин Л. С., Глезерман М. Е. Пересечения многообразий // УМН. 1947. 2. № 1. С. 58–155.

40. Приказ главного управления кадров Министерства вооруженных сил СССР по личному составу Армии от 19 июня 1946 г. № 01732, г. Москва.

41. Рашевский П. К. О шестиугольном параллельном перенесении // Труды семинара по векторному и тензорному анализу при МГУ. 1937. Вып. 4. С. 194–198.

42. Розенфельд Б. А., Яглом И. М. Памяти молодых московских геометров Б. В. Лозового. М. И. Песина и С. А.Фукса // УМН. 1970. Т. 25. № 3. С. 254–256.

43. Селиверстов Г. А. Математическая теория теплоустойчивости // Мат. сб. 1931. Т. 38. С. 70–73.

44. Селиверстов Г. А. К вопросу тепловой инерции зданий. М.: Госстройиздат, 1933. 60 с.

45. Селиверстов Г. А. Теплоустойчивость зданий. М.: Госстройиздат, 1934. 40 с.

46. Tychonoff F.N., Wedenisoff N.B. Sur le développpement modern de la théorie des espaces abstraits. (Moscou) // Bull. sci. Math. SO. 1926. Pp. 15–27.

47. Шклярский Д. О. Московский математический кружок // УМН. 1945. Т. 1. № 3. С. 212–217.

48. Шклярский Д. О. О разбиении двумерной сферы // Мат. сб. 1945. Т. 58. № 2. С. 126–128.

49. Юнович Б. М. О дифференцировании абсолютных аддитивных функций множеств // Доклады АН СССР. 1941. Т. 39. № 1. С. 112–114.

Часть 2. Математики, начинавшие учиться в Саратовском, Томском и Воронежском университетах, а также Калининском педагогическом институте и продолжившие учебу (аспирантуру) в МГУ

2.1. Засухин Виктор Николаевич (1915–1941)

В. Н. Засухин

Виктор Николаевич Засухин родился 13 февраля 1915 г. в Саратове. В 1931 г., окончив школу фабрично-заводского ученичества, был распределен на строительство Магнитогорского металлургического комбината им. И. В. Сталина. Проработав в Магнитогорске два года, в 1933 г. Виктор получил направление для учебы в Саратовском университете, откуда в 1935 г. был направлен на механико-математический факультет МГУ. Здесь В. Н. Засухин становится активным участником семинара А. Н. Колмогорова [15].

Окончив в 1938 г. учебу, Виктор поступает в аспирантуру к А. Н. Колмогорову и продолжает заниматься теорией многомерных случайных стационарных процессов[72], пионерами в изучении которых были Х. Крамер (1873–1985)[73] и А. Н. Колмогоров.

10 ноября 1941 г. в журнал «Доклады АН СССР» поступила статья [14] В. Н. Засухина, представленная академиком А. Н. Колмогоровым и посвященная теории многомерных стационарных случайных процессов (к этому времени В. Н. Засухин уже пропал без вести в боях на фронте). В этой статье В. Н. Засухин представил результаты работы над тремя теоремами.

---

[72] Пусть каждому целому t $(-\infty < t < +\infty)$ и каждому $k = 1, 2, \ldots, n$ поставлена в соответствие комплексная случайная величина $x_k(t)$. Будем говорить, что совокупность случайных величин $x_k(t)$ образует *n-мерный дискретный стационарный случайный процесс* (в смысле Х. Крамера): если математические ожидания $E_{ij}\ (m) = M[x_i(t+m)\overline{x_j(t)}]$ конечны и не зависят от t. Далее n-мерный процесс будем обозначать $\{x(t)\}$, через B – унитарное пространство всех комплексных случайных величин z данной задачи, имеющих конечное математическое ожидание $M|z|$. Обозначим через H_x минимальное линейное подпространство пространства B, содержащее все элементы $x_k(t)$, и через $H_x(t)$ – минимальное линейное подпространство пространства B, содержащее все $x_k(s)$, для которых $s \le t$. Назовём процесс $\{x(t)\}$ *сингулярным*, если $H_x(t)$=H_x при любом t. Наконец, процесс $\{x(t)\}$ называется *регулярным*, если пересечение S_x пространства $H_x(t)$, соответствующих всем целым значениям t, состоит из единственной точки 0, но не все $x_k(t)$ равны нулю.

[73] *Крамер Харальд* (Harald CramerЖ: 1893–1985) – шведский математик; окончил Стокгольмский университет (1912); защитил Phd (1917); основные труды – по теории чисел (в 20-е гг.), страховому делу, теории вероятностей и математической статистике.

Первая теорема В. Н. Засухина показывает, что произвольный несингулярный[74] процесс (т. е. общий дискретный стационарный[75] случайный процесс) может быть определённым образом представлен в виде суммы сингулярного и регулярного процессов.

Во второй теореме В. Н. Засухин даёт представление произвольного n-мерного регулярного процесса в виде двойной суммы. Верхняя граница второй суммы называется *рангом* регулярного процесса. Отметим, что обе теоремы Засухина являются обобщениями результатов Г. Уолда[76] (для одномерных процессов). В третьей теореме, которую А. Н. Колмогоров в своих воспоминаниях о В. Н. Засухине [15] называет *замечательной*, дается необходимое и достаточное условие для регулярности «ранга n-мерного стационарного процесса».

В июле 1941 г. В. Н. Засухин был призван в армию; ему как имеющему воинскую подготовку в Саратовском университете было присвоено звание младшего лейтенанта. В тяжелых боях на подступах к Москве в сентябре 1941 г. В. Н. Засухин пропал без вести.

---

[74] *Сингулярные процессы* – это процессы, допускающие сколь угодно точный прогноз их будущего течения по их течению в прошлом при помощи линейных формул прогноза с постоянными коэффициентами.

[75] *Стационарный случайный процесс* – это процесс, в ходе которого вероятностные характеристики остаются неизменными. Пусть каждому целому t $(-\infty < t < +\infty)$ и каждому $k = 1, 2, \ldots, n$ поставлена в соответствие комплексная случайная величина $x_k(t)$. Совокупность случайных величин $x_k(t)$ образует n-мерный дискретный стационарный случайный процесс (в смысле Х. Крамера): если математические ожидания $B_{ij}(m) = M[x_{ij}(t+m)\overline{x_j(t)}]$ – конечны и не зависят от t.

[76] *Уолд Герман* (Wold Herman: 1908–1992) – родившийся в Норвегии шведский математик, ученик Х. Крамера. Основные труды – по математической экономике, теории временных рядов, теории случайных процессов. Один из авторов (соавтор Х. Крамера) теоремы о характеризации нормального распределения (1936).

2.2. Бончковский Ростислав Николаевич (1905–1943)

Р. Н. Бончковский

Ростислав Николаевич Бончковский родился 7 января 1905 г. в Санкт-Петербурге в семье юриста польского происхождения – Николая Францевича Бончковского (1876–1937) [23]. Он начал учебу в гимназии Петербурга, а после 1917 г. семья оказалась в Томске, где Ростислав закончил среднюю 9-летнюю школу и в 1923 г. поступил сначала в Томский университет, а затем перевёлся в Московский университет, который окончил в 1928 г. В 1929 г. он стал преподавать в Коммунистической Академии; там же вышла его первая научная работа «Об одном разбиении замкнутых многообразий» [1], выполненная фактически под руководством аспиранта 3-го курса МГУ – В. А. Ефремовича[77]. Целью

[77] *Ефремович Вадим Арсеньевич (1903–1989*) окончил Московский университет (1923), там же – аспирантуру (1929). Год преподавал в МГУ и МВТУ, с 1930 г. преподавал в Смоленском désinституте; профессор (1933); дважды находился под арестом (1937–1938 и 1941–1944 гг.). Реа-

работы является доказательство того, что *всякое n-мерное ($n \leq 4$) замкнутое многообразие R может быть разбито на симплексы так, что число вершин разбиения равно $n + 1$ и каждый симплекс опирается на эти вершины*. Равносильно этому: *многообразие R может быть разбито на $n + 1$ простых кусков, где под простым куском понимается тело, взаимно однозначно и взаимно непрерывно отображаемое на n-мерный евклидов шар, взятый вместе с его границей.*

В первой половине 1932 г. от Коммунистической академии отошли все учреждения естественно-научного профиля. Поэтому перед Р. Н. Бончковским стала проблема определения места работы. Следующие полтора года он занимается идеей создания издательства «Математическое просвещение». Ему не удалось создать издательство, но к 1934 г. удалось создать сборники под этим названием. В эти два года Ростислав Николаевич преподаёт в Московском институте инженеров транспорта и в Московском энергетическом институте [24]. Наконец, в 1934 г. выходит первый выпуск сборника, соредактором которого стал Ростислав Николаевич, а другим соредактором (до 1935 г.) – профессор И. И. Чистяков[78]. Всего вышло 13 выпусков, к из-

---

билитирован в 1954 г. Защитил докторскую диссертацию (1966). Работал в разных вузах СССР. Основные работы – в области топологии и геометрии. Выпустил совместно с П. С. Александровым две книги по основам топологии (1935 и 1936).

[78] *Чистяков Иоасаф Иванович* (1870–1942) – российский математик; родился в Курске. По окончании гимназии в Москве (1888) поступил на физико-математический факультет Московского университета, который блестяще окончил в 1893 г. До 1901 г. И. И. Чистяков преподаёт в средних учебных заведениях Москвы. С 1901 г. после сданных магистерских экзаменов и стажировки во Франции он начинает преподавать в начале в Московском инженерном училище путей сообщения, а с 1902 г. – на Московских высших женских курсах (с 1918 г. – в должности профессора). В 1919 г. И. И. Чистяков избран профессором первого Московского университета (МГУ). Одновременно был заведующим кафедрой высшей

данию которых Р. Н. Бончковским были привлечены известные методисты. Отмечу, что у сборника «Математическое просвещение» была серьёзная конкуренция, так как в том же году вышел первый методический сборник «Математика и физика в средней школе» и начал издаваться журнал «Математика в школе»[79]. Р. Н. Бончковский редактирует сборник и почти в каждом выпуске помещает и свои результаты. Так, в первом выпуске [2] он доказывает формулу суммирования ряда:

$$1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot k + 2 \cdot 3 \cdot \ldots (k+1) + \cdots + (n-k+1) \cdot \ldots \cdot (n-1)n = \\ = \frac{(n-k+1) \cdot \ldots \cdot (n-1)n\,(n+1)}{k+1}.$$

В заметке [3] Р. Н. Бончковский ставит задачу определения числа различных форм многоугольников. Два n-угольника считаются одной формы, если при непрерывной деформации без самопересечений одного многоугольника в другой число вершин остаётся постоянно равной n. Обозначим через Φ^n число различных форм n-угольников. Для решения задачи Р. Н. Бончковский рассматривает число p углов, входящих внутрь плоскости n-угольника ($p < n - 2$). Назовём эти углы *внутренними*. Обозначим через Φ_p^n число различных форм n-угольников, имеющих p внутренних углов.

математики ряда вузов. В апреле 1935 г. был арестован и выслан в Томск, где организовал проведение первой в Томске (1935) городской математической олимпиады школьников. Позже ему было разрешено вернуться в Москву. Основные труды – в области теории чисел, истории математики и математического образования.

[79] Журнал под тем же названием выходил в 1918 г. (редактор О. А. Вольберг) [13, с. 13–21].

Нетрудно получить, что $\Phi_1^n = 1$, $\Phi_2^n = \frac{n-1}{2}$. Р. Н. Бончковский показывает, что

$$\Phi_p^n = \frac{(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)}{p!}, \qquad (1)$$

где $p = 2, 3, \dots, n - 3$.

Далее, уже легко подсчитать, что

$$\Phi^n = \Phi_0^n + \Phi_1^n + \dots + \Phi_{n-2}^n = \frac{2^n - 2}{n} - \frac{n-1}{2}. \qquad (2)$$

В частности, $\Phi^3=1$, $\Phi^5=4$, $\Phi^7=15$, $\Phi^{11}=181$.

Вообще, Ростислав Николаевич выбирал для своих публикаций разные нетривиальные задачи, решаемые с помощью элементарных средств [4; 5]. При этом под элементарными средствами он понимает не только отсутствие применения дифференциального исчисления, но и неприменение пределов [4]. Особенно он любил геометрические задачи, стараясь найти даже в классических задачах по покрытию плоскости [6; 7], пространства [8] или в задачах по исследованию треугольника, неожиданные направления изучения. Например, в задаче «О двух пучках чевиан[80] и двух трансверсалях[81] треугольника» [9] с опорой на теорему Чевы доказывается прохождение трёх прямых через одну точку; также доказывается, что теорема Менелая[82] может быть получена из теоремы Чевы (и обратно) по принципу двойственности.

---

[80] *Чевиана* – отрезок в треугольнике, соединяющий вершину треугольника с точкой на противоположной стороне. Название происходит от имени итальянского математика и инженера Джованни Чевы (Giovanni Ceva: 1647–1734) – автора теоремы Чевы о геометрии треугольника.

[81] Прямые, пересекающие две стороны треугольника.

[82] *Менелай Александрийский*, живший около 100 г. н. э., – древнегреческий математик и астроном.

Не случайно в 1937 г. появляется его книга «Площади и объёмы» [10], «предназначенная для учащихся и передовых рабочих». Книга, состоящая из восьми глав, выходит за рамки материала, обычно излагаемого в учебниках. В первой главе даны площади многоугольников. Во второй описаны звёздчатые многоугольники и их площади; в третьей – площади, ограниченные кривыми линиями и длины кривых линий; в четвертой – многогранники; в пятой – параллелепипеды и призмы; в шестой – объёмы произвольных многогранников; в седьмой – объём пирамиды; в восьмой – объёмы тел, ограниченные кривыми поверхностями, и площади кривых поверхностей. Наконец, в конце книги приводится решение данных по ходу текста задач. Для нахождения объёмов, например, шара и площадей Р. Н. Бончковскому приходится прибегать к понятию предела, но делает он это деликатно, «без строгих логических доказательств» [9].

За год до выхода книги «Площади и объёмы» Р. Н. Бончковский выпустил (1936) небольшую брошюру объёмом в 82 страницы – «Московские математические олимпиады 1935 и 1936 годов» (поскольку Р. Н. Бончковский был секретарём комитета по проведению вышеназванных олимпиад для школьников, им были предложены некоторые задачи для 3-го тура). Брошюра была выпушена издательством Учпедгиз[83], редактором которого Р. Н. Бончковский начал работать с 1934 г. По поручению Учпедгиза он редактирует издание учебника для средней школы «Тригонометрия» А. Ф. Берманта[84] и Л. А. Люстерника[85]. Им же дан подробный

[83] Учпедгиз – сокращение от «Учебного и педагогического государственного издательства».

[84] *Бермант Анисим Фёдорович* (1904–1959) – профессор (1933), доктор физико-математических наук (1941), автор известного «Курса математического анализа» в 2 частях (1956; 1957).

обзор рецензий на пробный тираж этой книги и сделаны выводы для авторов [11].

Ростислав Николаевич Бончковский был призван в армию в марте 1942 г. в звании сержанта. Он погиб под Сталинградом в феврале 1943 г., после капитуляции немецких войск 2 февраля 1943 г. в результате проведения операции «Кольцо».

---

[85] *Люстерник Лазарь Аронович* (1899–1981) – профессор МГУ (1930), доктор физико-математических наук (1935), член-корреспондент АН СССР (1946). Основные работы – в области математического и функционального анализа, вариационного исчисления, топологии, вычислительной математики, участник Атомного проекта, лауреат Сталинской премии 2-й степени (1946), соавтор первого в СССР (1952) учебника по программированию (подробнее см. [23]).

2.3. Вихров Александр Иванович (1907–1941)

А. И. Вихров

Александр Иванович Вихров родился в селе Поношино Удомельской волости Тверской губернии. В 1927 г. поступил на физико-математический факультет Тверского учительского института[86], который окончил в 1931 г. В 1931–1933 гг. А. И. Вихров был аспирантом Научно-исследовательского института математики и механики при МГУ (отдел математического анализа), откуда был отчислен из-за исключения его отца из колхоза в связи с обвинениями в саботаже хлебозаготовок [21, с. 59]. Через полгода отец восстановлен в правах колхозника, однако приказом Наркомпрос РСФСР сам Александр Иванович отправлен в Коми АССР с правом восстановления в аспирантуре через 2 года работы. С 1 сентября 1934 г. А. И. Вихров – преподаватель математики, а с 5 октября 1935 г. он уже заведует математическим каби-

[86] С февраля 1972 г. – университет.

нетом Коми пединститута. С 16 февраля 1938 г. А. И. Вихров стал старшим преподавателем кафедры математики. Он читал курсы по аналитической и дифференциальной геометрии, высшей алгебре и математическому анализу. В августе 1938 г. он пишет заявление с просьбой освободить его от работы в Коми государственном педагогическом институте (КГПИ) в связи с отъездом в Москву для завершения учебы в аспирантуре [20, с. 13–15; 21, с. 60]. Его научным руководителем оставался профессор А. Г. Курош. Весной 1941 г. А. И. Вихров представил кандидатскую диссертацию, посвященную теории расширений для ультрагрупп (это класс обобщенных групп с неоднозначным умножением), и успешно защитил ее в начале июня 1941 г.

Статья, посвященная результатам работы над диссертацией [12], вышла только в 1946 г. Для описания результатов статьи дадим некоторые определения.

Система R (конечная или бесконечная) элементов $a, b, c, \ldots$ с единственной операцией (неоднозначного) умножения называется *мультигруппой*, если выполнены следующие условия:

1) Каждой паре элементов a и b из R поставлено в соответствие один или несколько определенных элементов c_i того же множества R. Пишут $a \cdot b = \{c_1, c_2, \ldots\}$ и называют эту совокупность элементов произведением a и b. Под произведением $(a \cdot b) \cdot c$ трёх элементов a, b и c понимается множество, являющееся объединением всех множеств вида $c_i \cdot c$.

2) Для любых трёх элементов a, b и c из R выполнен закон ассоциативности: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.

3) Если a и b – два любых элемента из R, то существуют элементы z и y из R такие, что b содержится в $a \cdot z$ и b содержится в $y \cdot a$. Таких элементов z и y в R может быть несколько.

Мультигруппа R называется *ультрагруппой*, если существует конечная убывающая по включению последовательность подмультигрупп $R, R_1, R_2, \ldots, R_n = \{e\}$, $(n > 2)$, доходящая до одноэлементной (из единицы e из R).

В 1926 г. австрийский математик Отто Шрейер[87] решил следующую задачу: для данных произвольных групп A и B требуется найти все группы, каждая из которых содержала бы одну из групп, например A, в качестве нормального делителя так, что фактор-группа искомой группы по A была бы изоморфна группе B.

Аналогичная задача для мультигрупп решается в указанной статье А. И. Вихрова для класса ультрагрупп.

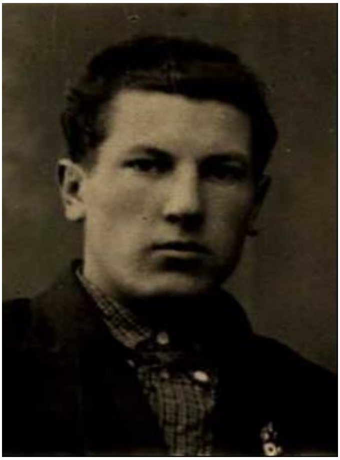
В считанные дни после защиты диссертации началась Великая Отечественная война. Александр Иванович записался добровольцем в 8-ю Краснознамённую стрелковую дивизию, куда был зачислен интендантом II-го ранга по артиллерийскому снабжению при 975-м полку как имевший необходимую подготовку [17; с. 26–27].

Его последнее письмо из армии (из Ельни) было датировано 27 сентября 1941 г. В августе-сентябре 1941 г. в ходе Ельнинской наступательной операции Красной армии Ельня была освобождена. Но в октябре 1941 г. в ходе повторного наступления немцев на Ельню Александр Иванович Вихров погиб. Фамилия А. И. Вихрова указана на стеле памяти мемориального комплекса (ныне Сыктывкарского университета имени Питирима Сорокина) в списке преподавателей Коми пединститута, погибших в боях за Родину. Тёплые воспоминания о нём оставил его научный руководитель – профессор А. Г. Курош [16].

---

[87] *Шрейер Отто* (Otto Schreier: 1901–1929) – хабилитация (1926), профессор (1928) в Ростоке. Основные работы – в области комбинаторной теории групп. Родители, будучи евреями, погибли в концентрационном лагере.

2.4. Лесовой Борис Викторович (1916–1942)



Б. В. Лесовой

Борис Викторович Лесовой родился в с. Спасское Приморской губернии в семье учителя. В 1927 г. семья переехала в европейскую часть СССР. В 1931 г., окончив 8 классов средней школы, Борис из-за тяжелых материальных условий семьи был вынужден пойти работать, при этом продолжая учиться [22]. В 1932 г. поступил на физико-математический факультет Воронежского университета, где на него обратил внимание молодой геометр – доцент Н. В. Ефимов[88], который посоветовал Б. В. Лесовому по окончании университета (1937) продолжить учебу в аспиранту-

[88] *Ефимов Николай Владимирович* (1910–1982) родился в Оренбурге; окончил университет Ростова-на-Дону (1931), аспирантуру при МГУ (1934); доктор физико-математических наук (1940), профессор (1940), член-корреспондент АН СССР (1979); в 1934–1941 гг. работал в Воронежском университете, с 1946 г. – в МГУ. Основные труды – в области геометрии и алгебры.

ре МГУ на кафедре дифференциальной геометрии. Там Борис Викторович стал учеником профессора П. К. Рашевского.

Задача, поставленная перед Борисом Викторовичем, была связана с вопросом измерения площадей в двухпараметрическом семействе кривых на поверхностях [23]. Площадь (или мера площади) на плоскости должна удовлетворять двум условиям:

1) она должна быть аддитивной;

2) она не должна меняться при движении.

Мера, удовлетворяющая этим условиям, впервые рассматривалась М. Крофтоном[89].

Обобщение задачи для поверхностей можно сделать следующим образом: будем рассматривать всевозможные поверхности и на них всевозможные семейства кривых (двухпараметрические семейства кривых) такие, что через каждую точку области, в которой они определены, в каждом направлении проходит одна и только одна кривая семейства. Будем считать, что мы определили *площадь, инвариантную относительно изгибания, в каждом семействе кривых (или в некотором классе семейства),* если мы поставили в соответствие двумерным множествам S кривых каждого такого семейства *неотрицательные числа (меры) $\sigma(S)$ так, что:*

1) *если множества S_1 и S_2 кривых данного семейства не имеют общих точек, то $\sigma(S_1 + S_2) = \sigma(S_1) + \sigma(S_2)$;*

2) *$\sigma(S)$ инвариантна относительно изгибания, т. е. при изгибании площади сохраняются.*

Задача работы Б. В. Лесового [17] заключается в построении меры с помощью биметрических систем[90], разработанных профессором П. К. Рашевским к 1938 г.[91] [22].

---

[89] *Крофтон Морган* (Crofton Morgan William: 1826–1915) – ирландский математик, внесший вклад в геометрическую теорию вероятностей.

В работе Б. В. Лесового, состоящей из двух частей и 15 параграфов, кроме построения площади, попутно доказан ряд теорем интегральной геометрии (в параграфе 7). Наконец, в параграфе 15 даны примеры семейств, в которых может быть вычислена площадь.

В ноябре 1940 г. диссертация Б. В. Лесового была успешно защищена на заседании Ученого совета механико-математического факультета МГУ.

По окончании аспирантуры МГУ Борис Викторович по распределению был направлен в Магнитогорск, где занял должность доцента в Магнитогорском педагогическом институте.

С началом Великой Отечественной войны 26 июня 1941 г. Б. В. Лесовой был призван в армию; в августе 1942 г. в звании гвардии лейтенанта был направлен на фронт, где служил в должности командира противотанковой батареи. В ноябре 1942 г. батарея Лесового сдерживала натиск немцев в районе высоты 140,7 Сиротинского района Сталинградской области. 16 ноября 1942 г. Борис Викторович Лесовой был смертельно ранен пулей немецкого снайпера [23, с. 81–82].

---

[90] *Биметрической системой* называется трёхмерное многообразие, в котором заданы три линейные инвариантные дифференциальные формы с определёнными свойствами.

[91] Опубликованы только в 1941 г.

2.5. Фукс Самуил Абрамович
(1915–1941)

С. А. Фукс

Самуил Абрамович Фукс родился в Воронеже; в 1934 г. окончил среднюю школу и поступил на физико-математический факультет Воронежского университета. В университете С. А. Фукс заинтересовался геометрией и под руководством доцента Н. В. Ефимова написал дипломную работу по теории сетей, которой посвятил ряд работ его учитель. В 1939 г., окончив с отличием университет, С. А. Фукс по рекомендации Н. В. Ефимова поступил в аспирантуру МГУ на кафедру дифференциальной геометрии [25]. Здесь его руководителем стал профессор Я. С. Дубнов[92], у ко-

[92] *Дубнов Яков Семёнович* (1887–1957) родился в г. Мстиславле Могилёвской губернии. Окончил Новороссийский университет в Одессе (1913); с 1914 по 1917 г. жил нелегально в Москве; с 1920 г. работал в разных вузах Москвы; с 1928 по 1952 г. (с перерывом в два года) преподавал в МГУ; доктор физико-математических наук (1936), профессор; в 1952–1954 гг. работал в Коми пединституте (Сыктывкар), уехав в Коми

торого также были работы по теории сетей, в частности геодезических.

В мае 1940 г. академик А. Н. Колмогоров представил в «Доклады АН СССР» статью [22] Я. С. Дубнова и С. А. Фукса «О пространственных аналогах чебышевской сети». В статье определяется чебышевская сеть следующим свойством: «*направления кривых любого из двух образующих сеть семейств параллельны (в смысле рассматриваемой аффинной*[93] *связности) вдоль каждой линии второго семейства*. В том случае, когда связность порождается метрикой, это свойство эквивалентно другому*: отрезки кривых любого из двух семейств, заключённые между какими угодно двумя кривыми второго семейства, имеют одинаковую длину»* [13].

Сетью в трёхмерном пространстве будем называть *совокупность трёх семейств кривых* таких, что через каждую точку рассматриваемой части пространства проходит по одной кривой из каждого семейства. Такую сеть будем называть *голономной,* если составляющие её семейства кривых являются линиями пересечения трёх однопараметрических семейств поверхностей.

Далее в трёхмерном пространстве с афинной связностью даются определения сетей *сильно параллельных* (у которых направления кривых переносятся параллельно вдоль кривых сети*), слабо параллельных* (у которых вдоль кривых сети параллельно переносятся площадки, определяемые парами кривых), *метрически чебышевскими* (у которых от-

---

АССР вслед за сосланной туда женой. После 1954 г. вернулся в Москву и читал лекции по приглашению кафедр геометрии разных вузов страны. Возобновил после ВОВ издание сборника «Математическое просвещение», став редактором первых трёх выпусков. Основные труды – по геометрии (высшей и элементарной) [21, с. 71–75].

[93] *Аффинная связность* – это линейная связность на касательном расслоении многообразия.

резки кривых сети между поверхностями, состоящими из кривых двух других *семейств,* имеют равную длину) и доказываются для каждой из этих сетей *необходимые и достаточные условия, чтобы сеть была такой.*

Кроме того, получено необходимое и достаточное условие для того, чтобы сеть была голономной. Все эти условия опираются на построении тензора, определяющего трёхмерную сеть, а также даются признаки принадлежности сети к каждому из перечисленных классов.

С. А. Фукс был призван в армию в августе 1941 г. На фронте он командовал взводом управления артиллерийской батареей. В октябре 1941 г. во время наступления немцев в районе Калинина он пропал без вести [25, с. 94].

Список литературы к части 2

1. Бончковский Р. Н. Об одном разбиении замкнутых многообразий // Сборник работ математического отдела Комм. академии. 1929. 1. С. 88–99.
2. Бончковский Р. Н. Геометрическое суммирование одного ряда // Математическое просвещение. М.; Л.: ОНТИ, 1934. Вып. 1. С. 17–18.
3. Бончковский Р. Н. Заметка о числе различных форм многоугольников // Математика и физика в школе. 1934. № 4. С. 12–13.

1. Бончковский Р. Н. Исследование функции третьей степени на максимум и минимум элементарными средствами // Математическое просвещение. М.; Л.: ОНТИ, 1934. № 4. С. 7–10.
2. Бончковский Р. Н. Об одной задаче // Математика и физика в школе. 1936. № 1. С. 38–39.
3. Бончковский Р. Н. Покрытие плоскости квадратами, правильными шестиугольниками и правильными звездчатыми двенадцатиугольниками // Математическое просвещение. М.; Л.: ОНТИ, 1936. № 5. С. 21–23.
4. Бончковский Р. Н. Покрытие плоскости правильными многоугольниками // Математическое просвещение. М.; Л.: ОНТИ, 1935. № 3. С. 15–21.
5. Бончковский Р. Н. Заполнение пространства тетраэдрами // Математическое просвещение. М.; Л.: ОНТИ, 1936. № 4. С. 26–40.
6. Бончковский Р. Н. О двух пучках чевиан и двух трансверсалях треугольника // Математическое просвещение. М.; Л.: ОНТИ, 1937. № 11. С. 6–9.
7. Бончковский Р. Н. Площади и объёмы. М.; Л.: Изд. Академии наук СССР (научно-популярная серия), (отв. ред. А. М. Журавский), 1937. 136 с.
8. Бончковский Р. Н. Пробный учебник по тригонометрии (обзор рецензий) // Математика в школе. 1941. №4. С. 55–62.

9. Вихров А. И. Теория расширений для ультрагрупп // Ученые записки университета. М.: Изд-во Московского ун-та, 1946. 100. С. 3–19.

10. Дубнов Я. С., Фукс С. А. О пространственных аналогах чебышевской сети // Доклады. 1940. Т. 28. № 2. С. 102–104.

11. Засухин В. Н. К теории многомерных стационарных случайных процессов // Доклады АН СССР. 1941. Т. 33. № 7–8. С. 435–437.

12. Колмогоров А. Н. Виктор Николаевич Засухин (1915–1041) // УМН. 1970. Т. 25. № 3. С. 243.

13. Курош А. Г. Памяти молодых советских алгебраистов, погибших на фронтах Великой Отечественной войны // УМН. 1970. Т. 25. № 3. С. 252–253.

14. Лесовой Б. В. Труды семинара по векторному и тензорному анализу. М.; Л.: ОГИЗ, Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1948. Вып. VI. С. 447–493.

15. Одинец В. П. О ленинградских математиках, погибших в 1941–1944 годах. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2020. 22 с.

16. Одинец В. П. Памяти Лазаря Люстерника (к 120-летию со дня рождения) // Математика в высшем образовании. М.; СПб.; Н. Новгород, 2019. № 17 С. 117–122.

17. Попов В. А. Преподаватели-математики Коми пединститута на фронтах Великой Отечественной войны // 65 лет Великой Победы : документы, материалы, воспоминания студентов, преподавателей КГПИ – участников Великой Отечественной войны и тружеников тыла. Сыктывкар: Коми пединститут, 2010. С. 6–32.

18. Попов В. А. Кафедра математики Коми пединститута: история становления и развития. Сыктывкар: Коми пединститут, 2012. 216 с.

19. Рашевский П. К. Полиметрическая геометрия // Труды семинара по векторному и тензорному анализу. М.; Л.: ОГИЗ, Гос. Изд-во техн.-теор. лит-ры, 1941. № V. С. 21–147.

20. Розенфельд Б. А., Яглом И. М. Памяти молодых московских геометров Б. В. Лесового, М. И. Песина и С. А. Фукса // УМН. 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 254–256.

21. Ростислав Николаевич Бончковский // Энциклопедия Руниверсалис. URL: Бончковский, Ростислав Николаевич – Энциклопедия Руниверсалис (xn--h1ajim.xn--p1ai) (дата обращения: 10.06.2023).

22. Тюлина И. А. Памяти математиков и механиков Московского университета, погибших на фронтах Великой Отечественной войны. М.: Изд-во Московского ун-та, 2009. 104 с.

Часть 3. Математики, окончившие Казанский университет

3.1. Разаков Абдул-Кадыр Абзатович (1915–1942)

Абдул-Кадыр Абзатович Разаков родился в деревне Кошкино[94] Нижегородской губернии в крестьянской семье. В 1931 г. окончил школу, затем курсы по подготовке учителей начальной школы. До 1934 г. А. А. Разаков работал учителем начальной школы. В 1934–1936 гг. учился на рабфаке Казанского государственного университета (КГУ), в 1936 г. поступил на математическое отделение физико-математического факультета КГУ [3]. В университете А. А. Разаков под руководством профессора Б. М. Гагаева[95] начал заниматься исследованием систем дифференциальных уравнений и этой же теме посвятил свою дипломную работу, которую защитил в 1941 г. с отличием и которая ранее была рекомендована к публикации как работа, получившая премию на конкурсе студенческих научных работ КГУ. Эта работа была опубликована только в 1949 г. [1].

---

[94] Находилась на территории нынешнего Краснооктябрьского района Нижегородской области, населённого преимущественно татарами; ныне не существует.

[95] *Гагаев Борис Михайлович* (1897–1975) окончил Казанский университет (1923) и там же остался работать; профессор (1933), доктор физико-математических наук (1936). Свыше 40 лет (с 1934 г.) заведовал кафедрой математического анализа. Основные труды – в области дифференциальных и интегральных уравнений, математического и функционального анализа, истории математики.

Пусть дана счетная система дифференциальных уравнений со счетным множеством неизвестных функций с непрерывными правыми частями.

$$\frac{dy_i}{dx} = f_i(x_1, y_1, y_2, \dots, y_n, \dots), (i = 1, 2, 3, \dots, n, \dots). \qquad (1)$$

Предположим, что существует хотя бы одна система решений $(y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x), \dots)$, системы уравнений (1), удовлетворяющая условиям: $y_i(x_0) = y_i^0$, где $(y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0, \dots)$ – произвольная система начальных значений; в статье [1] *находятся **новые** достаточные условия единственности решения для нашей системы дифференциальных уравнений (1).* При этом существенно используются результаты работы А. Н. Тихонова [2] 1934 г. по условиям существования решения системы (1) и достаточное условие единственности решения дифференциального уравнения с двумя переменными, введенного в 1926 г. М. Нагумо[96].

В июле 1941 г. Абдул-Кадыр Абзатович Разаков был призван в армию. Погиб на фронте в 1942 г.

---

[96] *Нагумо Митио* (Nagumo: Mitio: 1905–1995) – японский математик, специалист в области дифференциальных уравнений, окончил Токийский университет (1928); в 1932–1934 гг. стажировался в Гёттингене; профессор (1936). Указанный в тексте результат М. Нагумо опубликован в «Japanese Journal of Mathematics», vol. 3 (1926).

3.2. Шифрин Израиль Абрамович (1914–1942)

Израиль Абрамович Шифрин родился в г. Константиновке Екатеринославской губернии (ныне город в составе Донецкой народной республики) в семье служащих. В 1929 г. окончил семилетку, в 1929–1931 гг. учился в металлургическом техникуме, а позже работал на Константиновском химическом заводе. В 1934–1935 гг. он студент Казанского авиационного института. Позже до сентября 1936 г. работал начальником технического отдела Казанского завода «Серп и молот». С сентября 1936 г. он студент физико-математического факультета Казанского университета (КГУ) на отделении «Математика» [3]. В университете И. А. Шифрин выбрал в качестве специализации функциональный анализ и вариационное исчисление, а в качестве научного руководителя профессора – Б. М. Гагаева. На пятом курсе по этой тематике И. А. Шифрин подготовил две статьи [4; 5].

В первой работе [4] И. А. Шифрин обращается к n-мерному обобщению классической задачи вариационного исчисления, возникшего в середине XVIII века в переписке Лагранжа[97] и Эйлера[98]. Для дальнейшего описания его положений нам понадобятся некоторые пояснения.

---

[97] *Лагранж Жозеф Луи* (Lagrange Joseph Louis: 1736–1813) – французский математик и механик, член Парижской АН (1772), почетный иностранный член Петербургской АН (1776). Родился в Турине (Италия) в семье обедневшего чиновника. Окончил артиллерийское училище в Турине и там же стал преподавать. С 1859 г. – член Берлинской АН, а в 1766–1787 гг. – директор её Математического класса. В 1787 г. переехал в Париж. С 1795 г. – профессор Нормальной школы, а с 1797 г. – профессор Политехнической школы. Основные труды относятся к вариационному исчислению и механике, где он вместе с Л. Эйлером получил фундаментальные результаты.

Пусть дан функционал

$$J(f) = \int_a^b F\big(x, f(x), f'(x)\big)dx \tag{1}$$

на пространстве гладких функций $f\colon [a, b] \to R$, где R – вещественная прямая.

Предположим, что интегральная функция $F\big(x, f(x), f'(x)\big)$ дважды непрерывно дифференцируема. Функция F называется *функцией Лагранжа*.

Если функционал J достигает экстремума на некоторой функции f, то для неё должно выполняться обыкновенное дифференциальное уравнение:

---

[98] *Эйлер Леонард* (Euler Leonhard: 1707–1783) – крупнейший математик XVIII века, родился в Базеле в семье пастора. Учился у отца, ученика Я. Бернулли, с 1720 г. – в Базельском университете, который окончил в 1724 г. в звании магистра искусств. В конце 1726 г. дал согласие стать членом Петербургской АН (первоначально по физиологии). В Петербург Л. Эйлер приехал в 1727 г. и пробыл здесь до 1741 г.; позже по приглашению Фридриха II (Великого) 25 лет проработал в Берлинской АН (в Потсдаме), не прерывая связей с Петербургской АН, публикуя в ней почти половину научных результатов. В 1766 г. вернулся в Петербург, где, несмотря на почти полную слепоту, поразившую его в 1766 г., опубликовал почти 400 научных результатов. Трудно найти область математики, а также её приложений, где Л. Эйлер не оставил бы значимых результатов. Из приложений (а они составляют 2/5 его публикаций) отметим три тома трудов по артиллерии (баллистике); два тома, посвященные навигации; мемуары, посвященные бортовой и килевой качке судов, их устойчивости; теории маневрирования; теории гидродинамики; теории кораблестроения. Он также исследовал вопрос о прохождении света через разные среды, имеет огромный труд по диоптрике, расчеты рефлекторов, рефракторов и микроскопов. В чистой математике отметим его блестящие результаты в интегральном и дифференциальном, вариационном исчислениях, теории чисел, теории графов, а также результаты в алгебре и геометрии.

$$\frac{\partial F}{\partial f} - \frac{d\left(\frac{\partial F}{\partial f}\right)}{dx} = 0, \tag{2}$$

которое теперь называется *уравнением Эйлера – Лагранжа* (в СССР называлось уравнением *Эйлера*). Гладкая кривая *f(x)*, на которой достигается экстремум функционала *J*, называется *экстремалью*.

Пусть дано дифференциальное уравнение

$$\frac{d^n y}{dx^n} = G(x, z_1, \dots, z_m, z_1', \dots z_m'), \tag{3}$$

где G – функция, обладающая непрерывными частными производными первого и второго порядков по всем переменным в рассматриваемом интервале: $a \le x \le b$.

Пусть дан функционал вида

$$I(z_1, \dots, z_m) = \int_a^b F(x, z_1, \dots, z_m, z_1', \dots z_m')dx\, , a \le x \le b, \tag{4}$$

где F – функция, обладающая непрерывными частными производными первого и второго порядков по всем переменным в рассматриваемом интервале.

Тогда И. М. Шифрин доказывает, *что экстремаль*[99]*, реализующая экстремум функционала (3) при некотором дополнительном условии (которое явно выписывается), находится среди экстремалей задачи на абсолютный экстремум функционала*

$$\int_a^b (F - Q_{n-1}(x)G)dx, \tag{5}$$

[99] *Экстремаль* – это интегральная кривая дифференциального уравнения Эйлера – Лагранжа. Она является гладким решением уравнения Эйлера – Лагранжа.

где Q_{n-1} – полином степени (n – 1), а функция G является правой частью дифференциального уравнения (3).

В конце статьи [4] И. А. Шифрин предполагает применение полученных результатов в решении следующей задачи: найти форму балки переменного сечения, которая при заданной нагрузке и наименьшем весе получает заданную величину прогиба в данном сечении. Эта задача находит себе широкое применение в самолётостроении, мостостроении и других областях (от себя добавим, что война помешала реализовать эти планы).

В следующей статье [5] И. А Шифрин рассматривает функциональное пространство C_k непрерывных вместе с его k-ми производными однозначных функций $y = y(x)$, определённых в некотором интервале $a \le x \le b$, (k-суть порядок). Пусть Σ – окрестности некоторой кривой класса C_k при котором гарантирована непрерывность совокупности функционалов $J_0, J_1, \dots, J_n$.

Пусть дан сложный функционал

$$\Phi(J_0, J_1, \dots, J_m), \text{где } m \le n, \tag{6}$$

и система функциональных соотношений

$$\varphi_i(J_0, J_1, \dots, J_n) = 0,\ i = 1, 2, \dots, t,\ t < n + 1. \tag{7}$$

И. А. Шифрин ставит задачу разыскания среди всех кривых класса C_k таких, которые, удовлетворяя системе (7) и некоторым условиям на концах, реализуют экстремум сложного функционала Ф. Он решает эту задачу в двух доказанных теоремах, попутно вводя понятие *регулярности* функционала и *локальности* экстремума для кривой и фактически решая изопериметрическую задачу, т. е. решая задачу поиска фигуры наибольшей площади, имеющей границу заданной длины.

С началом Великой Отечественной войны И. А. Шифрин был призван в ряды РККА. К 1944 г. он имел звание младшего лейтенанта. Место службы – 854-й артиллерийский полк 286-й стрелковой дивизии. Дивизия в составе Ленинградского фронта после снятия блокады Ленинграда 27 января 1944 г. вела бои по освобождению Ленинградской области. 9 февраля 1944 г. Израиль Абрамович Шифрин погиб в Батецком районе Ленинградской области. Похоронен в деревне Остров Батецкого района.

Список литературы к части 3

1. Разаков А. А. Единственность решений счетной системы дифференциальных уравнений // Ученые записки университета. Казань, 1949. 109:3. С. 63–74.
2. Тихонов А. Н. Über unendliche Systeme von Differentialgleichungen // Математический сборник. 1934. № 41. Pp. 551–560.
3. Чугунова А. П. Книга памяти Казанского университета. Казань: Казанский университет, 2010. 124 с.
4. Шифрин И. А. Об одной вариационной задаче // Ученые записки университета. Казань, 1941. 101:3. С. 13–18.
5. Шифрин И. А. Об экстремуме сложных функционалов // Ученые записки университета. Казань, 1941. 101:3. С. 19–21.

Часть 4. Математики, окончившие вузы УССР (Киевский, Днепропетровский, Одесский, Харьковский)

4.1. Товбин Александр Владимирович (1915–1943)

Александр Владимирович Товбин родился 7 апреля (25 марта) 1915 г. в Киеве. После окончания средней школы в 1932 г. поступил в Киевский физико-химико-математический институт, созданный из двух факультетов существовавшего до 1920 г. Киевского университета. Через год, после воссоздания университета (1933), Александр Товбин стал учиться на физико-математическом факультете. Здесь началось его становление как ученого под влиянием академика АН УССР М. Ф Кравчука. В 1937 г. вышла первая статья А. В. Товбина «Про теорему Бертрана[100] и её обобщение» [26] на украинском языке. В ней рассматривается вопрос о структуре подгрупп симметрической[101] группы $\hat{G}_k$, которые имеют наименьшие возможные индексы в последней. В 1937 г. по окончании учебы в университете А. В. Товбин поступает в аспирантуру на кафедру высшей алгебры. Его научным руководителем был М. Ф Кравчук[102] (до ареста

---

[100] *Бертран Жозеф Луи* (Bertrand Joseph Lovis: 1822–1900) – французский математик, профессор Политехнической школы и Французского колледжа, автор «Алгебры Бертрана», изданной в России в 1896 г.

[101] Симметрическая группа – это множество всех биекций конечного множества в себя с операцией композиции. Мощность конечной симметричной группы $\hat{G}_k$ из k элементов равно k!.

[102] *Кравчук Михаил Филиппович* (1892–1942) – советский математик, родившийся в семье Филиппа Иосифовича Кравчука, православного ве-

последнего в феврале 1938 г.). И хотя вторая печатная работа А. В. Товбина [18], написанная совместно с С. С. Мовшицем, ещё лежала в русле интересов М. Ф. Кравчука, занимавшегося кроме матриц приближенными методами как с помощью полиномов (полиномы Кравчука), так и с помощью метода моментов, однако работа над кандидатской диссертацией, как и остальные публикации А. В. Товбина, уже относится к общей теории групп и колец. В 1939 г. А. В. Товбин успешно защищает кандидатскую диссертацию и начинает работать над докторской диссертацией, имея целью получение результатов на стыке алгебры и функцио-

---

роисповедания, выпускника Петровской сельхозяйственной академии, и его жены – лютеранки, немки по происхождению. В 1910 г. окончил с золотой медалью гимназию в Луцке и там же под влиянием творчества Леси Украинки (Ларисы Петровны Косач-Квитки: 1871–1913) увлекся украинским языком. В 1910–1914 гг. учился в Императорском Киевском университете Святого Владимира, где стал учеником профессора Д. А. Граве. По окончании учебы работал учителем математики в частной гимназии Луки Жука до 1920 г. с перерывом на один учебный год 1915–1916, который провел в Москве, участвуя в семинарах Московского университета. Одновременно в 1915–1918 гг. готовился к профессорскому званию.

С 1918 г. был приват-доцентом Киевского университета, а с 1920 г. – и.о. профессора. Защитил докторскую диссертацию в 1924 г. на тему «О квадратичных формах и линейных преобразованиях». С 1925 г. он профессор Киевского университета. В 1929 г. публикует статью в изданиях Французской АН, в которой вводит полиномы, названные его именем. В том же году избран академиком Всеукраинской АН. До 1937 г. продолжается активная творческая и педагогическая деятельность М. Ф. Кравчука. Область его интересов – алгебра, теория вероятностей, приближенные методы решения уравнений. Он же соавтор первого трёхтомного словаря математической терминологии на украинском языке. Последним аспирантом М. Ф Кравчука стал А. В. Товбин, пропавший без вести на фронте в 1944 г. 21 февраля 1938 г. Кравчук был арестован «как националист и противник советской власти» и получил 20 лет тюремного заключения и 5 лет последующей ссылки. М. Ф. Кравчук умер в тюремной больнице на Колыме 9 марта 1942 г. В сентябре 1956 г. посмертно реабилитирован, а в 1992 г. восстановлен в составе членов Национальной АН Украины.

нального анализа, а именно в теории полуупорядоченных пространств и колец.

Одновременно с 1937 г. по июнь 1941 г. он преподаёт как в Киевском университете, так и в Киевском пединституте. Вернёмся, впрочем, к статье [2], написанной, как тогда было принято на Украине, на украинском языке. В начале статьи констатируется тот факт, что нахождение нулей мероморфной[103] (как и целой) функции $f(z)$ можно заменить задачей нахождения полюсов[104] функции $\varphi(z)/f(z)$, где $\varphi(z)$ – произвольная целая функция, нули которой либо не совпадают с нулями функции $f(z)$, либо имеют меньшую кратность. Эту идею впервые предложил Дьюла Кёниг[105]. В статье авторы обобщают метод Кёнига решения алгебраических уравнений, разрабатывают итерационные методы, связанные с теоремой Кёнига и дают приближенные оценки погрешностей этих методов. Авторы показывают, что все известные на тот момент итерационные и неитерационные методы решения алгебраических уравнений – от Ньютона

---

[103] Функция комплексной переменной называется *мероморфной*, если она определена на всей комплексной плоскости и не имеет в конечной части плоскости особых точек, отличных от полюсов. Изолированная особая точка h называется *полюсом* функции $f(z)$, голоморфной в некоторой проколотой окрестности этой точки, если существует предел $\lim\limits_{z\to h} f(z)=\infty$. *Голоморфная* функция на открытом подмножестве комплексной плоскости есть функция, комплексно дифференцируемая в каждой точке этого подмножества.

[104] *Полюс функции* – это такая изолированная особая точка h аналитической (т. е. способной быть представленной степенным рядом) функции $f(z)$ комплексной переменной z, в окрестности которой выполнено: $\lim\limits_{z\to h} f(z)=\infty$.

[105] *Кёниг Дьюла (Julius König: 1849–1913)* – венгерский математик еврейского происхождения. Учился в Вене и Гейдельберге. С 1974 г. профессор Технического университета в Будапеште. Основные труды – в области алгебры и анализа, а также топологии. Теорией графов занимался его сын – Денеш Кёниг (1884–1944), покончивший жизнь самоубийством после прихода к власти в 1944 г. в Венгрии нацистов.

до Бернулли и другие – представляют собой частные случаи обобщенного метода Кёнига.

Следующая статья [2] была написана А. Товбиным в соавторстве с молодыми аспирантами И. Х. Верниковым (1917–1942) и С. Г. Крейном [106]. Эту статью под названием «О полуупорядоченных[107] кольцах» представил в «Доклады АН СССР» 7 января 1941 г. академик А. Н. Колмогоров. В статье рассмотрены условия, при которых полуупорядоченное кольцо *подобно изоморфно*[108] кольцу всех действительных непрерывных функций на некотором бикомпакте. Справедлива **теорема**: *Полуупорядоченное кольцо R, удовлетворяющее условию C, подобно изоморфно подкольцу кольца всех*

---

[106] *Крейн Селим Гершкович (Григорьевич)* (1917–1999) родился в Киеве в семье инженера-технолога Герша Нухимовича (Наумовича) Крейна (1878–1955) и был младшим из семерых детей. Окончил физико-математический факультет Киевского университета (1940), потом учился в аспирантуре (научный руководитель – профессор Н. Н. Боголюбов). В 1941–1951 гг. – научный сотрудник Института математики АН УССР, доктор технических наук (1950), 1952–1954 г. – заведующий кафедрой высшей математики Криворожского горнорудного института, позже жил и работал в Воронеже; профессор (1955), один из создателей Воронежской школы по функциональному анализу. Основные труды – по функциональному анализу, теории вязкой жидкости, уравнениям в частных производных, интерполяции линейных операторов. Организатор (с 1967 г.) Воронежских зимних математических школ (о его старшем брате – М. Г. Крейне см. ниже).

[107] Пусть R – кольцо с единицей e, в котором введено умножение на действительные числа. Кольцо *полуупорядочено*, если для некоторых элементов установлено соотношение $x > 0$ (где 0 – нуль кольца), удовлетворяющее четырём аксиомам: 1) если $x > 0$, то $x \neq 0$; 2) если $x > 0$ и $y > 0$, то $x + y > 0$; 3) если $x > 0$ и $\lambda > 0$ (где λ – действительное число), то $\lambda x > 0$; 4) если $x > 0$ и $y > 0$, то $xy \geq 0$. Условимся писать $x > y$, если $x - y > 0$. Добавим еще три условия – А, В, С: А) для каждого элемента $x \in R$ найдется число $t > 0$ такое, что $-te < x < te$; В) в R выполнено условие А, и $inf\{t\colon -te < x < te\} \neq 0$. (Обозначим через ρ_x нижнюю грань чисел t, для которых $te > x$); С) в R выполнено условие В и $x \leq \rho_x e$.

[108] Под *подобно изоморфным соответствием* понимается одно-однозначное соответствие, сохраняющее операции сложения и умножения и соотношения порядка.

действительных непрерывных функций, заданных на некотором бикомпакте, плотному во всем кольце.

Добавим, что авторы в преамбуле к статье пишут, что основной результат – теорема 3 – был опубликован М. Х. Стоуном[109] в 1940 г. при существенном дополнительном условии: $x^2 > 0$ на кольце R при любом $x \in R$ и в предположении коммутативности кольца. В статье эти дополнительные условия сняты и доказательство теоремы существенно иное. В том же 1941 г. вышла статья «О существовании центра[110] у бесконечных и конечных групп» [27], представленная в «Доклады АН СССР» академиком О. Ю. Шмидтом[111]. Сформулируем основной результат статьи (теоре-

---

[109] *Стоун Маршалл Харви* (Stone Marshall Harvey: 1903–1989) – американский математик, член Национальной академии наук США (1938); окончил Гарвардский университет (1922); диссертация написана под руководством Джорджа Биркгофа (1926); в 1931–1933 гг. – профессор Йельского университета, в 1933–1946 гг. вновь профессор Гарварда; в 1946–1968 гг. – профессор Чикагского университета, в 1968–1980 гг. – профессор Массачусетского университета. Основные труды – в области функционального анализа, топологии, булевых алгебр, теории унитарных групп. Он один из авторов теоремы Стоуна-фон Неймана о единственности канонического коммутационного соотношения между координатами и импульсом (1930).

[110] *Центром* группы G называется подмножество S элементов группы G, которые перестановочны со всеми элементами группы. Центр группы является подгруппой в G. Подгруппа H группы G называется *нормальной*, если для любого элемента h из H и любого g из G элемент ghg^{-1} лежит в H. Центр группы – всегда нормальная подгруппа. *Факторгруппа* – это множество смежных классов группы по её нормальной подгруппе, само являющееся группой с определенной специальным образом групповой операцией. Факторгруппа группы G по её нормальной подгруппе H обозначается G/H.

[111] *Шмидт Отто Юльевич* (1891–1956) – советский математик, астроном и геофизик, полярный исследователь; родился в Могилёве в смешанной семье выходцев из немцев и латышей. Учился в Могилёвской и Киевской гимназиях. Последнюю окончил с золотой медалью в 1909 г. В 1913 г. окончил физико-математический факультет Киевского Святого Владимира университета и был в нём оставлен для подготовки к профес-

ма 1): *Если группа G имеет нормальный делитель G_1 конечного индекса*[112] *с нетривиальным центром и хотя бы один элемент порядка p*[113] *(p – простое число), то группа G имеет абелев*[114] *нормальный делитель конечного порядка, равного p^{α}.*

В 1942 г. А. В. Товбин возвращается к вопросу Ж. Бертрана о структуре групп, содержащих альтернативные[115] или симметрические подгруппы, и полностью решает

сорскому званию (под руководством профессора Д. А. Граве). В 1916 г. опубликовал монографию «Абстрактная теория групп», в которой наметил пути дальнейшего развития этой теории. В 1929 г. основал в МГУ кафедру высшей алгебры, которой заведовал до 1949 г. В 1932–1950 гг. был главным редактором журнала «Математический сборник». В 1930–1934 гг. руководил знаменитыми арктическими экспедициями; в 1939–1942 гг. был вице-президентом АН СССР. С марта 1942 г. стал директором Института теоретической геофизики. О. Ю. Шмидт – основатель московской алгебраической школы. Основные труды по математике относятся к алгебре: в частности, для развития теории групп оказалась важной его теорема об изоморфизме прямых разложений бесконечных операторных групп с конечным главным рядом (1928).

112 Пусть в группе G выбрана подгруппа *H* и ***a*** – некоторый фиксированный элемент из *G*. Пересечение всех подгрупп, содержащих элемент ***a***, будет подгруппой, порожденной ***a***. Эта подгруппа называется *циклической.* Множество $\boldsymbol{a}H=\{\boldsymbol{a}b|\ b\epsilon H\}$ называется *левым смежным классом по подгруппе H*, определяемым элементом ***a***. Для любых ***a***, ***b*** из *G* смежные классы ***a****H* и ***b****H* либо не пересекаются, либо совпадают. Следовательно, группа *G* распадается на непересекающиеся левые смежные классы по подгруппе *H*. Аналогично определяются *правые смежные классы* и правостороннее разложение. Оба этих разложения состоят из одного и того же числа классов. Это число, если оно конечно, называется *индексом подгруппы H* в *G*.

113 *Порядком* конечной группы называют число элементов группы. Порядок элемента группы – целое положительное число, равное числу различных элементов в порождаемой этим элементом циклической подгруппе, либо ∞, если эта группа бесконечна.

114 Группа *G* называется *абелевой*, если она коммутативна, т. е. для любых элементов *a* и *b* из *G* и групповой операции * имеем: $a*b=b*a$.

115 *Альтернативной* группой называют конечную группу с ослабленным свойством ассоциативности, т. е. если выполняются равенства $a(ab)=(aa)b$ и $b(aa)=(ba)a$.

его в двух статьях [28; 29] в журнале «Математический сборник». Основными результатами являются

- **теорема 1**: *если индекс подгруппы B в $\hat{G}_n$ меньше, чем 2^k, где $k=[(n-1)/2]$ и $n>3$, то B содержит $\hat{G}_k$*;
- и **теорема 1'**: *если индекс подгруппы B в $\hat{G}_n$ меньше, чем 3^K, где $k=[(n-1)/3]$ и $n>4$, то B содержит $\hat{G}_{2k+1}$*.

С началом Великой Отечественной войны А. В. Товбин уходит добровольцем с университетским ополчением на фронт, несмотря на имевшееся освобождение от военной службы. После ранения осенью 1941 г. и лечения вновь идет на фронт. С 8 июня 1943 г. он был в 54-й гвардейской стрелковой дивизии. В ней 29 августа 1943 г. награжден медалью «За отвагу». В мае 1944 г. Александр Владимирович Товбин пропал без вести. Группа математиков, знавших его и учившихся вместе с ним, написали яркий портрет разносторонне образованного человека, оставшегося в их памяти [1].

4.2. Мовшиц Семён Соломонович (1904–1941)

Семён Соломонович Мовшиц родился в Могилёвской губернии. В 1924 г. поступил в Киевский институт народного образования. По окончании учебы (1928) стал там же преподавать, а с 1930 г. начал работать преподавателем Киевского университета. В 1935 г. он публикует вместе с академиком М. Ф. Кравчуком статью «Про формулу Эрмита о механических квадратурах» [14]. Квадратурой Гауссовского[116] типа будем называть механическую квадратуру вида

[116] *Гаусс Карл Фридрих (Gauss Carl Friedrich: 1777–1855)* – великий немецкий математик, астроном, физик и геодезист. Родился в семье водопроводчика в Брауншвейге. Учился в Гёттингенском университете (1795–1798). В 1799 г., после защиты докторской диссертации, в которой дал первое доказательство так называемой основной теоремы алгебры, получил должность доцента в Брауншвейгском университете. Там подготовил сочинение «Арифметические исследования», оказавшее огромное влияние на разные разделы математики, а не только на теорию чисел. С 1807 г. до конца жизни – профессор в Гёттингене и одновременно директор обсерватории. Его книга «Теория движения небесных тел» (1809) лежит в основе определения орбит не только небесных, но и искусственных тел. Без работ Гаусса невозможно изучение космоса. В геометрии Гаусс шагнул за рамки достижений античной геометрии, решив проблему построения циркулем и линейкой правильных многоугольников (1796). Им же получены фундаментальные результаты в изучении кривых поверхностей. Он же творец современной геодезии. Вместе с В. Э. Вебером (1804–1891) создал абсолютную систему электромагнитных единиц. Им же был построен первый в Германии электромагнитный телеграф. Трудно найти отрасль теоретической и прикладной математики, в которую К. Ф. Гаусс не внёс свой вклад. В течение долгих лет он способствовал обучению российских астрономов (в частности, и И. М. Симонова, зафиксировавшего открытие Антарктиды в 1820 г.). Поддержка Гауссом Н. И. Лобачевского сыграла важную роль в отстаивании приоритета России в открытии неевклидовой геометрии, хотя сам Гаусс пришел к тем же выводам ранее, но побоялся их публиковать. В 1824 г. Гаусс был избран почетным иностранным академиком Петербургской АН.

$$\int_{-a}^{a}\left(\frac{p(x)}{\sqrt{(a^2-x^2)}}\right)f(x)dx=\sum_{i=1}^{n}\rho_{in}f(\alpha_{in})\,, \qquad (1)$$

где функция $p(x)$ – неотъемлемая часть квадратур, числа α_{in} лежат в интервале $[-a, a]$ и числа ρ_{in} таковы, что квадратура (1) точна для всякого многочлена степени не больше $2n - 1$.

Функцию

$$q(x)=\frac{p(x)}{\sqrt{(a^2-x^2)}} \qquad (2)$$

будем называть *характеристической* функцией квадратуры.

У Эрмита было заявлено, что в формуле (1) все коэффициенты ρ_{in} становятся одинаковыми, когда $q(x)=\frac{b}{\sqrt{(a^2-x^2)}}$, где a и b – произвольные постоянные. В этом случае квадратура называется квадратурой Эрмита[117].

В настоящей статье авторы доказывают, что из всех квадратур гауссовского типа только квадратура Эрмита обладает свойством равенства всех коэффициентов (чисел Кристофеля) при любом количестве абсцисс.

В 1936 г. выходит большая статья С. С. Мовшица [19] на украинском языке. В статье три главы. В первых двух

[117] *Эрмит Шарль* (Hermite Charles: 1822–1901) – французский математик, член Парижской АН (1856). Родился в Деезе (Лотарингия). С 1842 г. учился в Политехнической школе в Париже, при этом обратив на себя внимание Э. Каталана (1814–1894) и Ж. Лиувилля (1809-1882), и там же стал работать с 1848 г. С 1869 г. он профессор Парижского университета. Основные труды – в области классического анализа (теория эллиптических функций; изучение класса ортогональных многочленов – многочленов Эрмита), алгебры и теории чисел. Ш. Эрмит поддерживал тесные связи с Россией: избран членом-корреспондентом Петербургской АН (1857) и её иностранным почетным членом (1895).

рассмотрены вопросы о приближении периодической функции *f(x)* с помощью тригонометрических сумм вида

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} \varphi \left[\frac{k}{n}\right] (a_k \cos kx \ + \ b_k \sin kx), \qquad (3)$$

где a_k и b_k – константы Фурье[118] (коэффициенты при разложении в ряд Фурье) функции $f(x)$.

В статье указаны достаточные условия для фактора $\varphi(u)$, при которых эта сумма даёт наилучший порядок приближения функции, удовлетворяющей тем или иным дифференциальным условиям.

В третьей главе рассматриваются частные случаи, для которых:

а) $\varphi(u) = (1 - u^{2s+2})^q)$, где s – произвольное натуральное число или нуль, а $q > 0$;

б) $\varphi(u) = 1 - sin^{2(r+1)}\left(\frac{u\pi}{2}\right)$, где r – порядок производной функции $f(x)$.

Как показано в статье, в случае а) имеем обобщение метода Л. Фейера[119], приводящего к теоремам Д. Джексона[120]

---

[118] *Фурье Жан Батист* (Jean Baptiste Fourier: 1768–1830) – французский математик; окончил военную школу в Осере и преподавал там же; в 1796–1798 гг. преподавал в Политехнической школе; с 1817 г. – член Парижской АН. Основные труды – численные методы решений алгебраических уравнений, теории представлений функций тригонометрическими рядами (ряды Фурье) и интегралами, теории тепла и других вопросов математической физики.

[119] *Фейер Липот* (Fejér Lipót: 1880–1959) – венгерский математик; родился в г. Печ. Окончил университет в Будапеште (1901), преподавал там же; с 1911 г. – профессор, член Венгерской АН (1930). Основные труды относятся к теории функций: сходимость и суммирование тригонометрических рядов, теория интерполяции и другие.

[120] *Джексон Данем* (Jacson Dunham: 1888–1946) – американский математик. С 1919 г. был профессором в Миннесоте. Был также вице-президентом и президентом Американского математического общества.

относительно оценок погрешности, а в случае б) – некоторые добавления к методу В. Рогозинского[121].

В 1937 г. С. С. Мовшиц публикует вместе А. В. Товбиным статью [26] и в тот же год на основе статьи [19] защищает кандидатскую диссертацию.

С началом Великой Отечественной войны С. С. Мовшиц идет в армию политруком, в 97-ю стрелковую дивизию Юго-Западного фронта и 22 сентября 1941 г. погибает. Сведения для книги [17, с. 474–475] дал земляк Семёна Соломоновича – профессор, член-корреспондент АН УССР Евгений Яковлевич Ремез (1896–1975). До войны С. С. Мовшиц проживал в Киеве.

Основные труды относятся к теории приближения функций. В 1948 г. в Москве была издана его книга «Ряды Фурье и ортогональные полиномы».

[121] *Рогозинский Вернер Вольфганг* (Rogosinski Werner Wolfgang: 1894–1964) – немецко-британский математик; родился в Бреслау (Германия), ныне Вроцлав (Польша) в еврейской семье. Учился в университетах Бреслау, Фрайбурга и Гёттингена. В 1922 г. защитил кандидатскую диссертацию. С 1923 г. он работает в Кёнигсбергском в университете (ныне Калининград) и там же стал профессором (1928). При нацистах с 1936 г. ему было запрещено преподавать в университетах, и в 1937 г. он с семьёй уезжает в Англию, где сначала работает лектором, а с 1947 г. – профессором университета Дарема. Наиболее его известная книга – «Ряды Фурье» – вышла в 1930 г.; там же содержится его метод аппроксимации функции.

4.3. Пинкевич Владимир Терентьевич (1907–1942)

Владимир Терентьевич Пинкевич родился в Екатеринославле (в советское время – Днепропетровск). В 1930 г. окончил физико-математический факультет Днепропетровского университета и там же стал преподавать. Во второй половине 30-х гг. получил звание доцента. В 1938 г. вышла первая статья В. Т. Пинкевича «О погрешности, допускаемой методом Штермера» [23] на украинском языке. В статье дается выражение остаточного члена при численном интегрировании дифференциальных уравнений первого порядка по методу Штермера[122]:

$$\mathrm{P}_k = \frac{h^{k+1}}{(k+1)!}\int_0^1 r(r+1)\cdot\ldots\cdot \\ \cdot\ (r+k)\eta^{k+1}(\,x_{ni}+\theta kh)dr. \tag{1}$$

Этой формулой, как пишет В. Т. Пинкевич, можно воспользоваться при практических вычислениях.

В 1940 г. академик А. Н. Колмогоров представил в «Известия АН СССР» статью В. Т. Пинкевича «О порядке остаточного члена ряда Фурье, функций, дифференцируемых в смысле Weyl'я[123]» [24].

---

[122] *Штермер Фредрик Карл* (Størmer Fredrik Carl: 1874–1957) – норвежский математик и геофизик; окончил университет (1896) в Кристиании (Осло), там же работал профессором с 1903 г.; почетный иностранный член АН СССР (1934). Предложил метод расчета траекторий космических лучей, а фактически – метод численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Штермера).

[123] *Вейль Герман* (Weyl Hermann: 1885–1955) – немецкий математик; окончил Гёттингенский университет (1908). В 1913–1930 гг. – профессор Цюрихского политехнического института, в 1930–1933 гг. – профессор Гёттингенского университета, в 1933 г. после прихода к власти нацистов

Пусть $f(x)$ есть суммируемая функция периода 2π и её ряд Фурье имеет вид

$$\frac{a_0}{2}+\sum\nolimits_{k=1}^{\infty}(a_k\cos kx\ +b_k\sin kx). \tag{2}$$

Пусть $H^{(\alpha)}$ класс функций периода 2π имеет α-ую производную в смысле Вейля, удовлетворяющую неравенству $f^{(\alpha)}(x)\leq\ K$, где K – данная константа.

Обозначим через $r_n(f,x)$ остаток ряда (2) n-го порядка и положим

$$\mathrm{C}_n^{(\alpha)}=sup_{f\in H^{(\alpha)}}|r_n(f,x)|=$$
$$=sup_{f\in H^{(\alpha)}}\left|f(x)-\frac{a_0}{2}-\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos kx+b_k\sin kx)\right|. \tag{3}$$

А. Н. Колмогоровым было показано, что

$$\mathrm{C}_n^{(\alpha)}=\frac{4K}{\pi^2}\cdot\frac{\ln n}{n^{\alpha}}\ +\mathrm{O}(1/n^{\alpha}) \tag{4}$$

для любого *целого* $\alpha>1$.

(жена Вейля была еврейкой) эмигрировал в США и работал в Принстоне. Основные труды – по тригонометрическим рядам, рядам по ортогональным функциям, теории функций комплексной переменной, дифференциальным и интегральным уравнениям, по теории чисел, теории непрерывных групп и их представлений и их применений в геометрии и физике.

Говорят, что функция *f(x)* периода 2π имеет α-ую производную (α>0) $f^{(\alpha)}(x)=\varphi\ (x)$ *в смысле Вейля*, если существует суммируемая функция $\varphi(x)$ такая, что

$$f(x)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}C_k\frac{e^{ikx}}{(ik)^{\alpha}}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{\pi k^{\alpha}}\int_0^{2\pi}\cos\left[\,k(t-x)\right]+\alpha\pi/2]\varphi(t)dt,$$

где C_k – комплексные коэффициенты Фурье функции $\varphi(t)$, причем $C_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\varphi(t)dt=0.$

Цель данной работы, как пишет В. Т. Пинкевич, – доказать, что *формула* (4) *остается справедливой для всякого* $\alpha > 0$, *если в качестве класса* $H^{(\alpha)}$ *рассматривать класс функций периода* 2π, *имеющих* α*-ую производную в смысле Вейля, ограниченную для всех* α *константой К.*

С началом Великой Отечественной войны В. Т. Пинкевич был призван в армию Октябрьским РВК города Днепропетровска Украинской ССР – вначале в 176-й артиллерийский запасной стрелковый полк 6-й гвардейской дивизии рядовым красноармейцем, позже (22 февраля 1942 г.) переведен в качестве младшего начальника состава в 76-ю стрелковую дивизию Воронежского фронта. 17 июня 1942 г. он погиб. Похоронен у деревни Таловая Таловского района Воронежской области. Сведения о нём для книги [17] дал выпускник Днепропетровского университета 1950 г., который в 1957 г. был ещё кандидатом физико-математических наук, – Майор Филиппович Тиман (1923 г. р.).

4.4. Дубинский Хаим (Евгений) Нафтулович (Аркадьевич) (1911–1942)

Хаим (Евгений) Нафтулович (Аркадьевич) Дубинский родился в местечке Златополь Чигиринского уезда Киевской губернии (позже Кировоградской области). В 1940 г. окончил механико-математический факультет Днепропетровского университета. В 1941 г. в «Научных записках университета» (Днепропетровск) [13] вышла статья Е. А. Дубинского «Об условиях, порождающих сходимость двойных и n-кратных последовательностей». В статье четыре параграфа и 8 доказанных теорем, начиная с теоремы V и кончая теоремой XII. Первые четыре теоремы из § 1 принадлежат польскому математику Ф. Лейе[124]. Эти теоремы связаны с необходимыми и достаточными условиями суммирования двойных последовательностей с помощью двойных последовательностей матриц.

Пусть задана двойная числовая последовательность

$$\{S_{ij}\};\ i,j = 0,1,2,\ldots \tag{1}$$

и пусть последовательность $\sigma_{\mu\eta}$ имеет вид

[124] *Лейя Франчишек* (Leja Franciszek: 1885–1979) – польский математик; учился в Львовском университете (1904–1909); преподавал в школе в Кракове (1910–1912), позже стажировался в Париже и Лондоне (1912–1913). 1914–1915 гг. был в польских легионах; с 1915 г. начал преподавать в Ягеллонском университете (Краков). После Phd (1916) и хабилитации (1922) работал в Варшаве в Политехническом институте; с 1936 г. – заведующий кафедрой в университете в Кракове. В 1939–1940 гг. был заключенным в концлагере Заксенхаузен. В 1940–1945 гг. жил в деревне, откуда был родом (Гродиско Гурное), с 1945 г. – вновь в Кракове, где работал в университете. Основные труды – в области теории аналитических функций.

$$\sigma_{\mu\eta} = \sum_{i=0}^{\mu} \sum_{j=0}^{\eta} a_{\mu\eta}^{ij} \cdot S_{ij} , \qquad (2)$$

где элементы $a_{\mu\eta}^{ij}$ суть элементы двойной последовательности матриц.

Если с возрастанием μ и η последовательность (2) стремится к конечному пределу σ, то говорят, что последовательность (1) суммируема оператором (2) к пределу σ.

Аналогично Ф. Лейей были определены *n*-кратные последовательности и их условия суммирования.

В статье Е. А. Дубинского в параграфах 2–4 даны обобщения теорем Ф. Лейи об условиях суммирования двойных и *n*-кратных последовательностей.

Хаим Нафтулович Дубинский был призван в РККА в ноябре 1941 г. в Днепропетровске. Далее сведения о нём разнятся. По одним сведениям, будучи помощником политрука в 71-м стрелковом полку, пропал без вести в декабре 1941 г. По другим сведениям, он был тяжело ранен и скончался от полученных ран в госпитале 7 октября 1942 г. Сведения о нем для книги [17] предоставлены М. Ф. Тиманом.

4.5. Эфрос Александр Михайлович (1908–1942)

А. М. Эфрос

Александр Михайлович Эфрос родился в город Льеже (Бельгия), где в то время находилась состоятельная семья его отца Михаила Эфроса. К сентябрю 1917 г. Александр успел закончить два класса Харьковской гимназии. Как известно, Харьков стал столицей созданной в 1922 г. Украинской ССР. В 1925 г. Александр оканчивает среднюю школу, потом работает и в 1927 г. поступает на первый курс Харьковского университета. В 1932 г. по окончании учебы он был принят в аспирантуру; одновременно он начинает преподавать в Харьковском университете. В 1935 г. в журнале «Математический сборник» вышла первая статья Александра Эфроса «О некоторых применениях операторного исчисления к анализу» [47], посланная в редакцию в ноябре 1934 г.

Целью § 1 данной статьи является доказательство следующего утверждения:

Пусть известно решение $\varphi(\tau)$ интегрального уравнения

$$\int_0^\infty e^{-p\tau}\big(\varphi(\tau)\big)d\tau = \Phi(p). \tag{1}$$

Тогда решение интегрального уравнения

$$\int_0^\infty e^{-p\tau}\varphi^*(\tau)d\tau = \Phi\big(q(p)\big)U(p). \tag{2}$$

даётся формулой

$$\varphi^*(t) = \int_0^\infty \varphi(\tau)\psi(\tau,t)d\tau, \tag{3}$$

где $\psi(\tau,t)$ является решением интегрального уравнения

$$\int_0^\infty e^{-p\tau}\psi(\tau,t)dt = e^{-\tau q(p)}U(p). \tag{4}$$

Далее в § 2 даются приложения результатов § 1 к вычислению определённых интегралов и решению интегральных уравнений Лапласа типа (1), которые тесно связаны с операционным исчислением Хевисайда[125]. Некоторые формулы из этого параграфа оказались весьма полезными при расчете нестационарных явлений в электрических системах.

Более подробно на эту же тему Эфрос пишет в начале 1937 г. статью «Некоторые применения операционного исчисления к анализу» [48] на украинском языке. А в конце 1937 г. вместе со своим другом А. М. Данилевским он публи-

---

[125] *Хевисайд Оливер* (Heaviside Oliver: 1850–1925) – английский физик и инженер, член Лондонского Королевского общества (1891). В 1892 г. разработал метод символического (операционного) исчисления, позволивший достаточно просто решать математические задачи, возникающие в электротехнике, механике, автоматике. О. Хевисайд ввел (1892) термин «орт» и название «набла» для оператора Гамильтона.

кует книгу «Операционное исчисление и контурные интегралы» [49]. На обороте страницы 30 представлена биография создателя операционного исчисления Оливера Хевисайда.

Книга фактически состоит из двух частей. В первых пяти главах рассматриваются чисто математические вопросы: основные понятия теории функций комплексного переменного; обоснование операционного исчисления при помощи контурных интегралов; общие методы операционного исчисления; приложение к анализу; основные применения операционного исчисления и контурных интегралов к математической физике. Таким образом, в главах 2–4 были рассмотрены основные свойства контурных интегралов от аналитических функций, дано обоснование операционного исчисления (в отечественной литературе впервые столь строгое математически) и показано применение операционных методов к различным вопросам анализа. Наконец, в 5-й главе в общих чертах рассмотрено применение результатов 2–3-й глав к решению некоторых задач математической физики. Итог: принципиально несложные задачи удобнее решать операционно, задачи сложные часто выгоднее решать непосредственным применением контурных интегралов.

Последующие пять глав книги посвящены приложениям вне чистой математики. Здесь хорошо чувствуется, что второй соавтор книги А. М. Данилевский по образованию инженер-электрик.

Итак, перечислим эти главы: волны тока и напряжения вдоль линий и кабелей; переходные явления в электрических фильтрах и искусственных линиях; приложения к теории теплопроводности; электромагнитные нестационарные процессы в массивных проводниках; применение операционного исчисления к некоторым задачам механики. Впрочем, нужно заметить, что и сам А. М. Эфрос был знатоком электротехники, о чем свидетельствует его не вошедшая в книгу статья [10] «К теории одного аппарата электрической защиты» на украинском языке, опубликованная в том же 1937 г. в «Записках научно-исследовательского института математики и механики ХГУ и Харьковского математического общества» (1937, Т. 14. С. 143–150). В этой работе рассмотрен аппарат, построение которого основано на спин-эффекте[126], и выяснены вопросы его работы при стационарном и нестационарном режимах. На основе вывода ряда математических формул получены точные значения его работы при стационарном режиме работы и приближенные – при нестационарном режиме.

После подачи книги в печать А. М. Эфросу без защиты диссертации была присвоена степень доктора физико-математических наук и чуть позже – звание профессора.

С началом Великой Отечественной войны А. М. Эфрос оставался в Харькове. После захвата Харькова немцами А. М. Эфрос был ими убит.

---

[126] *Спин-эффект* – это эффект уменьшения амплитуды электромагнитных волн по мере их проникновения в глубь проводящей среды.

4.6. Данилевский Александр Михайлович (1906–1942)

В 1928 г. А. М. Данилевский окончил Харьковский технологический институт по специальности инженера-электрика и последующие два года преподавал в Харьковском политехническом институте. С 1930 г. Александр Михайлович преподает в Харьковском электротехническом институте (ХЭТИ). Одновременно он начинает преподавать в Харьковском государственном университете (ХГУ) на физико-математическом факультете. В 1932 г. А. М. Данилевский знакомится с выпускником физико-математического факультета А. М. Эфросом. В 1934 г. А. М. Данилевский получает в ХЭТИ звание доцента. В 1935 г. выходит небольшая книга А. М. Данилевского «К вопросу о преобразовании постоянного тока в переменный при помощи управляемых преобразователей» (Харьков: Из-во ХЭТИ, 1935), а с осени этого же года он переходит в Научно-исследовательский институт математики и механики при ХГУ.

В конце января 1936 г. академик С. Н. Бернштейн представляет в «Доклады АН СССР» две статьи: одну – А. М. Данилевского и М. Г. Крейна «О билинейных разложениях симметрических ядер, положительных в смысле Мерсера[127]» [6], другую – только А. М. Данилевского «Об одной теореме М. Г. Крейна[128]» [7].

---

[127] *Мерсер Джеймс* (Mercer James: 1883–1932) – британский математик, специалист в области интегральных уравнений; учился в колледже в Ливерпуле, а позже – в Тринити-колледже, в Кембридже. Окончил учебу в 1907 г. С 1916 г. преподавал в Кембридже.

[128] *Крейн Марк Григорьевич (Гершевич*) (1907–1989) родился в Киеве в семье инженера-технолога Герша Нухимовича (Григория Наумовича) Крейна. М. Г. Крейн – выдающийся советский математик, внёсший большой вклад в развитие различных разделов алгебры, анализа, теории функций, теории интегральных и дифференциальных уравнений, математической физики и аналитической механики. Звание профессора полу-

Пусть $K(x,s)$, где $(a \leq x, s \leq b)$, – симметричное, непрерывное положительное ядро. Тогда, как известно из теоремы Мерсера, оно разлагается в билинейный равномерно сходящийся относительно x и s ряд

$$K(x,s) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\varphi_i(x) \cdot \varphi(s)}{\lambda_i}, \lambda_i > 0, i = 1,2,3, \ldots, \tag{1}$$

где $\varphi_i(x)$ образуют полную ортонормированную систему фундаментальных функций ядра $K(x,s)$, а λ_i – соответствующие характеристические числа, причем ряд, стоящий справа в (1), сходится равномерно и абсолютно в квадрате $(a \leq x, s \leq b)$. В статье [6] доказано, что *если непрерывное симметрическое ядро $K(x,s)$ допускает разложение*

$$K(x,s) = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i(x) \cdot \psi_i(s), a \leq x, s \leq b, \tag{2}$$

то функции $\psi_i(x), i = 1, 2, 3, \ldots$, непрерывны и, более того, разлагаются в абсолютно и равномерно сходящиеся ряды по фундаментальным функциям:

чил в 1934 г. в Одесском университете, степень доктора физико-математических наук (без защиты диссертации) – в 1938 г., звание члена-корреспондента АН УССР – в 1939 г. В 1921 г. в возрасте 14 лет слушал лекции Б. Н. Делоне в Киевском политехническом институте, в 1922–1923 гг. – лекции Д. А. Граве в Киевском университете. С 1924 г. живет в Одессе, где становится аспирантом Н. Г. Чеботарёва. В 1941 г. М. Г. Крейн доказал теорему Мишеля Планшереля (1885–1967) для коммутативной локально компактной группы. В 1940–1950 гг. изучал положительные ядра, заданные на группе или на многообразии. В 1940–1951 гг. построил общую теорию интегральных представлений положительно определенных ядер через собственные функции обыкновенных дифференциальных операторов. Из многочисленных учеников М. Г. Крейна отметим только Ю. М. Березанского (1925–2019), И. Ц. Гохберга (1928–2009), Д. П. Мильмана (1913–1982) и Ю. Л. Шмульяна. Младший брат – Селим Крейн – также математик.

$$\psi_i(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_{ik}\varphi_k(x)}{\sqrt{\lambda_i}}, i = 1,2,3,\ldots,\infty, \tag{3}$$

причем матрица $\{|a_{ik}|\}_1^\infty$ *ортогональна по вертикалям, т. е.*

$$\sum_{i=1}^{\infty} a_{ik}a_{il} = \begin{cases} 1 \text{ при } k = l, \\ 0 \text{ при } k \neq l. \end{cases} \tag{4}$$

Обратно: всякая матрица $\{|a_{ik}|\}_1^\infty$, *ортогональная по вертикалям, определяет по формулам (3) некоторую систему непрерывных функций* $\psi_i(x), (i = 1, 2, 3, \ldots, \infty)$, *дающую разложение (2).*

Во второй статье формулируется **теорема**, доказанная М. Г. Крейном в работе[129] 1935 г.:

Если ядро $K(x, s)$ *симметрическое, непрерывное и положительное и, кроме того, существуют и непрерывны его производные*

$$\frac{\partial^{p+q}K(x,s)}{\partial x^p \partial s^q} \equiv K_{pq}(x,s), (p,q = 0,1,2,\ldots,n), \tag{5}$$

то ряд (1) можно почленно дифференцировать p раз по x и q раз по s $(p, q = 0, 1, 2, \ldots, n)$ *и получаемые при этом ряды сходятся равномерно*[130].

В статье [7] приводится новое более простое доказательство этой теоремы, позволяющее её обобщить.

В 1937 г. в журнале «Математический сборник» вышла статья А. М. Данилевского «О численном решении векового

---

129 *Krein M.* Sur les dérivées des noyaux de Mercer, C.R. de l'Acad. d. Sci, Paris: T.CC, (1935), c. 797–799.

130 Пусть дан ряд функций на промежутке A и пусть $S_n(x)$ – n-ая частичная сумма ряда. Говорят, что ряд сходится *равномерно* к функции $S(x)$ на промежутке A, если для любого $\varepsilon > 0$ существует номер $N(\varepsilon)$ такой, что для всех $n > N(\varepsilon)$ и для любого $x \in A$ выполнено $|S_n(x) - S(x)| < \varepsilon$.

уравнения» [8]. В статье показано, «что преобразование матриц *векового уравнения*[131] (в. у.) к нормальному виду Фробениуса[132], произведенное надлежащим образом, дает способ разложения численного в. у., не встречающий исключений и требующий меньшего количества вычислений, чем способ, указанный в 1931 г. академиком А. Н. Крыловым[133]», а также исключения, рассмотренные в 1931–1933 гг. академиками Н. Н. Лузиным[134] и И. Н. Хлодовским[135].

---

[131] *Вековым уравнением* называют уравнение $p(\lambda) = \det|A - \lambda E| = 0$, где A – квадратная матрица, E – единичная матрица того же порядка; корни этого уравнения называют собственными или характеристическими значениями матрицы A.

[132] *Фробениус Фердинанд Георг* (Frobenius Ferdinand Georg: 1849–1917) – немецкий математик, член Берлинской АН (1893). Окончил Берлинский университет. Защитил докторскую диссертацию (1874). В 1875–1892 гг. преподавал в Цюрихском политехникуме, с 1892 г. и до конца жизни – в Берлинском университете. Основные труды – в области алгебры, теории алгебраических чисел, теории матриц, теории конечных групп и их представлений матрицами, теории расходящихся рядов.

[133] *Крылов Алексей Николаевич* (1863–1945) – российский и советский математик, механик и кораблестроитель,член-корреспондент Петербургской АН (1914), академик (1916); родился в с. Висяга Симбирской губернии. Окончил Морское училище в Петербурге (1884) и Морскую академию (1890), там же преподавал до 1940 г. Кроме того, преподавал в Политехническом институте (Санкт-Петербург – Ленинград). Кроме всесторонних исследований по строительству и эксплуатации кораблей, с 1906 г. систематически занимался вопросами приближенных вычислений, уравнениями математической физики, способами улучшения сходимости тригонометрических рядов, истории математики и естествознания. В 1931 г. предложил новый метод решения векового уравнения. Работы А. Н. Крылова в области артиллерии и баллистики имеют непреходящее значение не только в морском деле. Похоронен А. Н. Крылов в Ленинграде.

[134] *Лузин Николай Николаевич* (1883–1950) – советский математик; родился в Томске, окончил Московский университет (1908); там же работал профессором (1917); член-корреспондент АН СССР (1927); академик (1929). Основные труды – в области теории функции действительного переменного (Лузин – один из создателей дескриптивной теории функций и открытия проективных множеств. Он один из создателей Московской математической школы). Травля Лузина в предвоенные годы вынудила его уйти из Московского университета. Работал в Институте мате-

К 1937 г. относится выход двух статей А. М. Данилевского на украинском языке [9; 10]. Первая статья посвящена гипотезе А. Островского[136], посланной Н. Г. Чеботареву и им достаточно сложно доказанной.

Гипотеза звучала так: *пусть ζ – первообразный корень из единицы степени p, а p – простое число, тогда всякий минор определителя Вандермонда $V(1, \zeta, \ldots, \zeta^{p-1})$ отличен от нуля.*

В статье даётся элементарное (объемом 1 страница), базирующееся на двух элементарных леммах доказательство гипотезы. А. М. Данилевский добавляет, что в литературе он не нашел доказательств этих лемм.

В начале статьи [21] А. М. Данилевский напоминает, что формулы А. Кэли[137] дают выражения элементов ортогональной матрицы A порядка n через $\frac{n\,(n-1)}{2}$ параметров, кроме слу-

---

матики АН СССР (1929–1936 и 1941–1950), а также в Институте автоматики телемеханики АН СССР (1936–1950).

[135] *Хлодовский Игорь Николаевич* (1903–1951) – советский математик, окончил МГУ (1926), аспирантуру (1930), профессор (1932). Основные труды – в области математического анализа (аппроксимация функций полиномами и теория моментов).

[136] *Островский Александр Маркович* (1893–1986) – немецко-швейцарский математик. Родился в Киеве в купеческой еврейской семье. По окончании Киевского коммерческого училища (1911) продолжил учебу в Марбургском университете (Германия). После защиты диссертации (1922) стал приват-доцентом в Гёттингене. С 1927 г. – профессор Базельского университета. Основные труды – по алгебре, теории чисел, геометрии, топологии, теории функций и дифференциальным уравнениям (статья Островского появилась в немецком журнале «Mathematische Miszellen VII. Jahresbericht der Deutsch. Mathem. Verein., XXXV (1925), pp. 269–280).

[137] *Кэли Артур (Cayley Arthur: 1821–1895*) – английский математик, иностранный член-корреспондент Петербургской АН (1870), с 1863 г. – профессор Кембриджского университета. Основные труды – по теории алгебраических квадратичных форм; он автор работ по теории определителей, дифференциальных уравнений, эллиптических функций.

чая, когда $|A + E| = 0$, где E – единичная матрица того же порядка, что и A. В статье даются формулы и для этого случая.

1937 г. был для А. М. Данилевского весьма плодотворным: кроме статей, в этот год вышла подготовленная совместно с А. М. Эфросом книга «Операционное исчисление и контурные интегралы» (см. выше). Уже после войны в архивах Харьковского математического общества была найдена рукопись статьи А. М. Данилевского «Об однозначных круговых функциях в круговом кольце». Рукопись для публикации приготовил В. К. Балтага[138] [11].

В этой статье естественным обобщением класса R_0 функций $f(x)$, однолистных в круге $|z| < 1$ и удовлетворяющих условиям: $f(0) = 0$, $|f'(0)| = 1$, является класс R_q, $(0 \leq q < 1)$ функций, однозначных и однолистных в кольце $q \leq |z| < 1$ и переводящих окружность $|z| = q$ (без изменения направления обхода) в окружность $|w| = q$. Таким образом, статья посвящена обобщению на класс R_q некоторых (трёх) теорем и оценок, известных для класса R_0. При этом строится функция, которая фактически является аналогом функции[139] Пауля Кёбе[140].

С началом Великой Отечественной войны Александр Михайлович Данилевский оставался в Харькове. В феврале 1942 г. в оккупированном немцами Харькове он умер от голода и болезни почек.

---

[138] *Балтага Всеволод Константинович* – харьковский математик, автор книги «Комплексные числа» (Изд-во Харьк. ун-та, 1959. 105 с.).

[139] *Функцией Кёбе* называют функцию вида $k_0(z) = \frac{z}{(1-e^{i\theta})^2}$. Эта функция экстремальная в ряде задач.

[140] *Кёбе Пауль* (Koebe Paul: 1882–1945) – немецкий математик. Учился в Кильском университете, Техническом университете (Берлин) и в Берлинском университете, который окончил защитой докторской диссертации (1905); хабилитация (1907) в Гёттингене. Далее преподавал в Лейпциге и Йене. С 1926 г. – профессор Лейпцигского университета. 1932–1935 гг. – декан Лейпцигского университета. Основные работы – в области теории функций комплексного переменного.

4.7. Гантмахер Вера Рувимовна (1909–1942)

Вера Гантмахер родилась 8 октября (25 сентября) 1909 г. в Одессе в семье ковровщика – Рувима-Давида Гершковича Гантмахера (1872–1942) и его жены – Мирьям Лейбовны (1876–1942) [12]. В 1929 г. поступила в Одесский химико-физико-математический институт, ставший позже университетом. Окончила учебу в 1936 г. уже в университете и там же продолжила учебу в аспирантуре, по окончании которой защитила диссертацию на степень кандидата физико-математических наук (1939). С осени 1940 г. до 15 октября 1941 г. преподавала на кафедре высшей математики в Одесском институте инженеров водного транспорта [17, с. 159].

Ещё учась в университете, Вера познакомилась с однокурсником – Витольдом Львовичем Шмульяном, о котором будет сказано позже, и вышла за него замуж. У них был общий учитель – профессор Марк Григорьевич Крейн. Их первая совместная работа [3] была представлена академиком С. Н. Бернштейном, послана в печать в 1937 г. и вышла в том же году в «Докладах АН СССР» (Т. 17).

В статье в начале обобщается один результат И. М. Гельфанда[141], относящийся к любому линейному функ-

[141] *Гельфанд Израиль Моисеевич* (1913–2009) – советский математик и биолог, один из величайших математиков XX века; родился в еврейской семье бухгалтера Моисея Гельфанда (ставшего перед ВОВ по протекции А. Н. Колмогорова главным бухгалтером МГУ) в местечке Окны Херсонской губернии. Не имея даже законченного среднего образования, не говоря о высшем, И. М. Гельфанд достиг высот в математике путем самообразования и посещения с 1930 г. вечерних лекций по математике в разных вузах Москвы, включая МГУ, живя с 1930 г. в Москве и работая днём гардеробщиком в Ленинской библиотеке. В 1932 г. И. М. Гельфанд был принят в аспирантуру МГУ к А. Н. Колмогорову после года работы ассистентом Московского вечернего химико-технологического института и

ционалу сепарабельного подпространства в E^* – пространства, сопряженного к банахову пространству E. Далее достаточно просто доказывается предложение А. И. Плеснера[142] о регулярности[143] пространства E.

с того же 1932 г. стал преподавать на физико-математическом факультете МГУ (механико-математический факультет появился годом позже); кандидат физико-математических наук (1935), доцент (1935), доктор физико-математических наук (1940), профессор (1943), хотя должность профессора МГУ исполнял с 1941 г. до своего отъезда в США в 1989–1990 гг.; член-корреспондент АН СССР (1953), академик АН СССР (1984), Президент Московского математического общества (1966–1970). С 1939 г. И. М. Гельфанд работал по совместительству в Математическом институте АН СССР. С конца 50-х гг. организовал семинар по проблемам биологии, семинар продолжал работать и в США. Опубликовал по биологии и биокибернетике около 100 работ. Основные труды И. М. Гельфанда в математике относятся к функциональному анализу (банаховы алгебры, теория обобщенных функций, обратные задачи спектрального анализа), теории динамических систем, квантовой механике, теории топологических линейных пространств, алгебре (теория групп Ли), теории вероятностей, теории чисел, теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

[142] *Плеснер Абрам Иезекиилович* (Abraham Ezehiel Plessner: 1900–1961) родился в феврале 1900 г. в богатой еврейской семье в Лодзи (Петроковская губерния) Хаскеля Моисеевича Плеснера (1871–1931). До 1915 г. учился в русской гимназии (подробнее см. [42, с. 74–80]). Учился в университетах Гёттингена, Берлина и Гиссена, последний окончил в 1922 г. Преподавал в Марбурге. В 1931 г. эмигрирует в СССР. С 1932 г. читает лекции в МГУ; доктор физико-математических наук (1935), профессор (1938). В 1932–1949 гг. одновременно работает в Математическом институте АН СССР. В 1949 г. его, как еврея, увольняют; живёт до 1960 г. без постоянных заработков в нищете. С марта 1960 г. он начинает получать пенсию. Книга «Спектральная теория линейных операторов», над которой он начал работать ещё в 1948 г., стараниями В. А. Рохлина выходит уже после его смерти в 1965 г. Основные работы – в области функционального анализа, теории функций комплексного переменного, теории тригонометрических рядов, операционного исчисления, теории топологических пространств. Среди ряда учеников отметим только В. А. Рохлина.

[143] Банахово пространство E называется *регулярным*, если для любой его точки x и каждого не содержащего её замкнутого множества A найдутся такие непересекающиеся множества U и V, что $x \in U$, а $A \subset V$.

Наконец, приведём теоремы 1, 3, 4:

теорема 1: *если E регулярно, то единичная сфера в E слабо компактна*[144];

теорема 3: *если единичная сфера в E слабо компактна, то и единичная сфера сопряженного пространства E* слабо компактна*;

теорема 4: *если дан ряд сопряженных пространств к пространству E: E*, E**, E***, ..., то возможны только два случая:*

1) единичная сфера каждого $E^{\overbrace{*\dots*}^{n}}$ *(здесь* $E^{\overbrace{*\dots*}^{n}} = \left(E^{\overbrace{*\dots*}^{n-1}}\right)^{*}$*)* *при всех n* = 1, 2, … *слабо компактна;*

2) единичная сфера каждого $E^{\overbrace{*\dots*}^{n}}$ при всех *n* = 1, 2, … *не слабо компактна.*

Продолжением этих результатов была совместная статья в журнале «Математический сборник» в 1940 г. [6].

Основная **теорема** в ней гласит:

Пусть K – некоторое слабо компактное множество в банаховом пространстве E. Тогда единичная сфера сопряженного пространства E является слабо компактной по отношению к множеству K, т. е. для любой ограниченной последовательности функционалов* $\{f_n\}$*, по норме меньше либо равных 1, найдется подпоследовательность* $\{f_{ni}\}$ *и функционал* f_0 *из E*, по норме меньший либо равный 1, такие, что для любого элемента x из K подпоследовательность* $\{f_{ni}(x)\}$ *сходится к* $f_0(x)$*.*

---

144 Множество *U* банахова пространства *E* называется *слабо компактным*, если из любой последовательности $\{x_n\}$ из *U* можно выделить хотя бы одну подпоследовательность, которая слабо сходится к некоторой точке *z* из *E*. Последовательность $\{x_n\}$ из *E слабо сходится* к точке *z* из *E*, если для любого непрерывного функционала *f* из *E** последовательность $\{f(x_n)\}$ сходится к *f(z)*.

К этому времени Вера стала уже кандидатом физико-математических наук [17, с. 159]. Её диссертация в значительной мере опиралась на её статью, поступившую в редакцию в сентябре 1939 г. и опубликованную в начале 1940 г. на немецком языке [4]. В этой статье Вера вводит понятие *слабо вполне непрерывного оператора*, занимающего промежуточное место между непрерывным оператором и вполне непрерывным оператором. Напомним, что вполне непрерывный оператор отображает произвольное ограниченное множество банахова пространства X в компактное подмножество банахова пространства Y. Напомним также, что класс вполне непрерывных операторов является подклассом совокупности компактных[145] операторов, содержащим, в частности, все компактные аддитивные операторы. В работе В. Гантмахер рассматривается оператор, переводящий ограниченное множество в слабо компактное, и его и называют *слабо вполне непрерывным оператором*. В работе [4] доказано, *что линейный оператор может быть слабо вполне непрерывным одновременно со своим сопряженным*[146].

Основная **теорема**:

Для того, чтобы оператор A из E в E был слабо вполне непрерывным, необходимо и достаточно, чтобы для каждой последовательности $\{f_n\}$ из E^* выполнялись соотношения

---

[145] Оператор называется *компактным,* если переводит любое ограниченное множество в множество с компактным замыканием (см., например, [9, с. 71]). Компактным банаховым пространством называют банахово пространство, в котором из любого покрытия его открытыми множествами можно выделить конечное покрытие.

[146] Пусть A – непрерывный линейный оператор, действующий из банахова пространства X в банахово пространство Y, и пусть X^* и Y^* – сопряженные пространства. Тогда линейный непрерывный оператор A^*: $Y^* \to X^*$ такой, что для любых x из X и f из Y^* имеем $f(A(x)) = A^*(f(x))$, назовём сопряженным.

$$\left|\sum_{i=1}^{n}\lambda_i x_i\right| \leq M\left|\sum_{i=1}^{n}\lambda_i f_i^*\right|,$$

где $f_i^* = A^* f_i$ *(*λ_i*, n – любые, A* – оператор, сопряженный к A) влекло существование решения*

$$f_n(x) = c_n, n = 1, 2, 3, \ldots$$

Будем называть оператор *A* из X в *Y сепарабельно слабо вполне непрерывным*, если он переводит ограниченное множество в сепарабельное и слабо компактное.

*Если оператор A сепарабельно слабо вполне непрерывен, то область изменения второго сопряженного оператора A** принадлежит исходному пространству X.*

Следовательно, о*ператор A, определенный в сепарабельном пространстве, слабо вполне непрерывен тогда и только тогда, когда область изменения оператора A** принадлежит X*.

Отметим также, что данный и сопряженный оператор могут быть сепарабельно слабо вполне полными лишь одновременно.

С начала Великой Отечественной войны Вера Гантмахер оставалась в Одессе со своими родителями, которым требовался уход. После прихода в Одессу румын она была депортирована в гетто села Доманёвка под Одессой и в феврале 1942 г. была расстреляна немцами вместе с родителями [20]. У Веры после войны остался живым старший брат – математик Феликс Рувимович Гантмахер (1908–1964) и его сын Всеволод (1935–2016), ставший физиком, академиком РАН. Ещё один брат – художник Дмитрий (1904 – после 1954) [12] умер после освобождения из заключения (1944–1954).

4.8. Шмульян Витольд Львович (1914–1944)

В. Л. Шмульян

Витольд Львович Шмульян родился 29 августа 1914 г., т. е. после начала Первой мировой войны, в городе Херсоне в семье помощника присяжного поверенного Лейба Юделевича (Льва Юльевича) Шмульяна (1885–1945) и Изабеллы Соломоновны Шмульян (Невельштейн).

Его отец – Л. Ю. Шмульян – после 1920 г. работал адвокатом и преподавал в Институте народного хозяйства в Херсоне, позже – в юридической школе. В 1938 г. он был арестован и осуждён на 6 лет трудовых лагерей. Умер незадолго до окончания срока заключения.

Сам Витольд Львович Шмульян учился в Одесском университете. В 1936 г. окончил его и поступил в аспирантуру Одесского университета, где его научным руководителем становится профессор М. Г. Крейн. Именно Марк Григорьевич Крейн заинтересовал Витольда Шмульяна проблемами нового раздела анализа – проблемами пространств типа (B), т. е. банаховых пространств (термин появился чуть позже). Творческая жизнь В. Л. Шмульяна продолжалась восемь лет (пять лет до войны и три года на фронтах войны). За это время им было опубликовано более двадцати работ, девять из которых относятся к изучению топологий линейных пространств. Достаточно подробно об этих девяти работах В. Л. Шмульяна [3; 15; 30–36] написал в своей статье [25] профессор Д. А. Райков[147]. Поэтому ограничимся только кратким описанием основной идеи этих работ.

Уже в 1937 г. выходит первая написанная совместно с его женой Верой Гантмахер статья [3] «О линейных пространствах, единичная сфера которых слабо компактна» (подробнее см. выше). Далее на протяжении нескольких лет В. Л. Шмульян изучает слабые топологии линейных, в частности, нормированных пространств[148]. Напомню, что слабая

---

[147] *Райков Дмитрий Абрамович* (1905–1980) – советский математик; родился в Одессе Херсонской губернии в бедной смешанной русско-еврейской семье. В 1920–1923 гг. учился на рабфаках Одесского химико-физико-математического института и Московского университета. В 1929 г. окончил Московский университет. Был секретарем комсомольской организации МГУ. В Институте математики и механики МГУ, куда он был распределён, в 1929–1930 гг. был активным участником компании против члена-корреспондента АН СССР Д. Ф. Егорова (1869–1931), что отозвалось арестом его самого за троцкизм в 1933 г. и высылкой в Воронеж. В 1935 г. был оправдан, восстановлен в партии и вернулся в Москву. В 1935–1943 гг. работал в Гостехиздате, в 1938–1948 гг. – в Математическом институте АН СССР; в 1941 г. защитил докторскую диссертацию; в 1950 г. получил звание профессора. В годы ВОВ служил в ополчении, имел награды, был ранен, после чего демобилизовался. В 1949–1956 гг. работал в techинститутах Костромы и Шуи, с 1956 г. – в Московском techинституте. Основные работы – в области теории чисел, теории вероятностей, гармонического анализа, теории групп. Д. А. Райков перевёл с английского, немецкого и итальянского языков ряд известных книг по математик, в числе которых – книги Г. Харди, П. Халмоша, Ван дер Вардена, Э. Ландау, Ф. Трикоми.

[148] Понятие слабой топологии ввел впервые (и только для гильбертовых пространств) в 1929 г. Джон фон Нейман.

топология нормированного пространства E – это топология $\sigma(E, E^*)$, в которой E^* – сопряженное пространство и в которой направленное семейство элементов x_α сходится к $x_0 \in E$, если $f(x_\alpha) \to f(x_0)$ для всех $f \in E^*$. Так как пространство E^* тоже нормированное, то в нём можно рассматривать аналогично определенную слабую топологию $\sigma(E^*, E^{**})$. Гораздо более важной представляется топология $\sigma(E^*, E)$, в которой $f_\alpha \to f_0$, если $f_\alpha(x) \to f_0(x)$ для всех $x \in E$.

Эта топология совпадает с $\sigma(E^*, E^{**})$ только тогда, когда каждый функционал $X \in E^{**}$ представляется в виде $X(f) = f(x)$, где $x \in E$, т. е. когда E рефлексивно. Именно $\sigma(E^*, E)$ будет далее называться **слабой топологией сопряженного** пространства E^*. Естественную фундаментальную систему окрестностей функционала $f_0 \in E^*$ в этой топологии образуют множества

$$\{f \epsilon E^*\}: |f(x_k) - f_0(x_k)| < \varepsilon, (k = 1, \dots, n),$$

где $(x_1, \dots, x_n)$ пробегает всевозможные конечные наборы элементов из E, а ε – любое положительное число.

Далее будем пользоваться терминологией, используемой в книге М. М. Дэя[149] «Нормированные линейные пространства» (Москва: Изд-во ин. лит-ры, 1961. 232 с.).

Множество слабо компактное (по Банаху[150]), следуя В. Л. Шмульяну, будем называть *относительно слабо се-*

---

[149] *Дэй М. М.* (Mahlon Marsh Day: 1913–1992) – американский математик; в 1939 г. окончил университет в Брауне (Brawn); в 1940–1983 гг. – профессор университета в Иллинойсе. Основные работы – в области функционального анализа, линейных пространств и податливых (amenable) полугрупп.

[150] *Банах Стефан* (Stefan Banach: 1892-1945) – самый известный из польских математиков XX века, родился у работников офицера австро-венгерской армии: домработницы Катажины Банах и денщика Стефана Гречка (1867–1957). Стефан узнал об отце только за полтора года до смерти, будучи в немецком концлагере, где на нём специально корми-

квенциально компактным, а **слабо замкнутое (по Банаху**) – *слабо секвенциально замкнутым.* Под *слабо секвенциально компактным* множеством будет пониматься множество, каждая последовательность элементов которого обладает подпоследовательностью, сходящейся к элементу этого же множества. Наконец, *слабым секвенциальным замыканием* множества *M* будем называть множество, получаемое путем присоединения к *M* пределов всех слабо сходящихся последовательностей его элементов.

Напомним, теперь две теоремы С. Банаха, приведенные в его книге «Теория линейных операций»: польское издание (1931), французское издание (1932), украинское издание (1948).

1*. Если E сепарабельно*[151]*, то каждое ограниченное множество линейных функционалов на E относительно секвенциально компактно* (глава VIII, теорема 3).

ли вшей, сохраняя при этом жизнь. Мать оставила ребёнка в приёмной семье, дав ему свою фамилию. Судьба её после ухода и замужества неизвестна. С. Банах окочил неформально Львовский политехнический институт (1914); с 1920 г. – доктор философии в Львовском университете, с 1924 г. – профессор. Преподавал сначала в Политехническом институте во Львове, позже – в университете; в 1939 г. избран деканом физико-математического факультета Львовского университета и Председателем Польского математического общества. После освобождения Львова от немцев вновь возглавил физико-математический факультет Львовского университета, сохранив, как и в период 1939–1941 гг., активные отношения с советской властью. Основные результаты С. Банаха по изучению полных нормированных пространств (пространств Банаха) давно стали классическими и входят во все учебники по функциональному анализу. Часть его работ относится к теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории функций комплексной переменной (подробнее см. в книге: Одинец В. П. Предтечи и первые творцы польской математической школы (1860–1922). Сыктывкар: Коми пединститут, 2014. 60 с.)

151 Топологическое пространство называется *сепарабельным*, если содержит конечное или счетное всюду плотное множество. Множество *всюду плотно* в пространстве, если его замыкание совпадает со всем пространством.

2. *Если E сепарабельно и полно, то векторное подпространство* Γ *сопряженного пространства E^* слабо секвенциально замкнуто тогда и только тогда, когда оно «регулярно замкнуто»*, т. е. для каждого $f_0 \in E^* \setminus \Gamma$ существует $x_0 \in E$ такое, что $f(x_0) = 0$ для всех $f \in \Gamma$, а $f_0(x_0) \neq 0$ (глава VIII, теорема 5).

Добавим, что в обеих теоремах условие сепарабельности существенно. Д. А. Райков пишет в своей статье [25]: «Перед продолжателями исследований Банаха встала задача: найти такую форму (ряда его теорем), в которой последние приобрели бы уже полную общность». В 1938 г. появляются работы Алаоглу[152] и Бурбаки, в которых, в частности, получено такое обобщение*: векторное подпространство* Γ *в E^* слабо замкнуто тогда и только тогда, когда оно регулярно замкнуто*.

Первая работа В. Л. Шмульяна [30] существенно опиралась на следующий результат[153] М. Г. Крейна: *если подмножество* Γ *банахова пространства E сепарабельно и слабо секвенциально компактно, то теми же свойствами обладает его замкнутая выпуклая оболочка*.

В. Л. Шмульян получил результат: *слабое секвенциальное замыкание относительно слабо секвенциально ком-*

---

[152] *Алаоглу Леонидас (Leonidas Alaoglu: 1914–1981*) – американский математик греческого происхождения. Окончил Чикагский университет в 1937 г.), PhD (1938) там же. Преподавал в университетах Пенсильвании, Гарварда и Перла. С 1842 г. связан в качестве исследователя с Военно-воздушными силами США, позже – консультанта фирмы Локхид. В 70-е гг., живя в Лос-Анджелесе, участвовал в семинарах как Калифорнийского университета, так и Калифорнийского технологического института. Теорема (Алаоглу) о слабой топологии (компактности) единичного шара в сопряженном к банахову пространстве содержится в его диссертации 1938 г.

[153] М. Г. Крейн. О некоторых вопросах геометрии выпуклых ансамблей, принадлежащих линейному нормированному и полному пространству // Доклады АН СССР, 1937, № 14. С. 5–8.

пактного подмножества нормированного пространства слабо секвенциально компактно.

Это положение усиливает результат М. Г. Крейна: *Выпуклая оболочка относительно слабо секвенциально компактного подмножества банахова пространства относительно слабо секвенциально компактна*. Этот же результат содержался в работе [15] М. Г. Крейна и В. Л. Шмульяна.

В работе [3] был доказан следующий критерий рефлексивности, высказанный А. И. Плеснером, но им не доказанный*: банахово пространство рефлесивно тогда и только тогда, когда его единичный шар трансфинитно замкнут*. Продолжая изучение слабой секвенциальной компактности, В. Л. Шмульян получил в [30] следующий результат*: Для слабой секвенциальной компактности единичного шара в E необходимо и достаточно, чтобы каждая убывающая последовательность ограниченных замкнутых выпуклых множеств в E имела непустое пересечение*.

В работе [33] В. Л. Шмульян получает вывод: *единичный шар в E слабо секвенциально компактен тогда и только тогда, когда E_T (пространство E, наделенное слабой топологией) топологически полно.*

Наконец, в работе [35] 1940 г. им получен результат*: множество H, содержащееся в E, (относительно) слабо секвенциально компактно тогда и только тогда, когда оно (относительно) слабо компактно*.

Параллельно В. Л. Шмульян приступает к изучению бикомпактности. Важнейшим среди представленных результатов является следующий результат его работы [35]: *ограниченное*[154] *выпуклое подмножество K локально выпуклого*[155]

[154] Подмножество *A* топологического линейного пространства *E* называется *ограниченным*, если для каждой окрестности нуля *U* существует число α такое, что A содержится в α*U*.

пространства E бикомпактно в слабой топологии, определяемой в E тотальным пространством Γ *линейных функционалов тогда и только тогда, когда каждая линейная функция Φ на* Γ*, удовлетворяющая условию*

$$\Phi(f) \ \leq \ \sup\{f(x)\colon x \in K\}, \text{для всех } f \ \in \ \Gamma, \qquad (1)$$

представима в виде $\Phi(f) = f(x)$*, где* $x \in K$*.*

Уже после войны (1947) В. Ф. Эберлейн[156], опираясь на результаты В. Л. Шмульяна, получил теорему, называемую теперь теоремой Эберлейна – Шмульяна: *Пусть X – банахово пространство и A – подмножество в X. Тогда следующие три условия равносильны:*

1. Каждая последовательность элементов из A имеет подпоследовательность, слабо сходящуюся в X.

2. Каждая последовательность элементов из A имеет точку накопления в X.

3. Слабая оболочка в A слабо компактна.

Эта теорема имеет важные применения в теории дифференциальных уравнений с частными производными, в частности, в пространствах Соболева.

Вернёмся, однако, к жизни самого Витольда Львовича. В 1939 г. он заканчивает аспирантуру защитой кандидатской диссертации и получает в том же году звание доцента. По результатам его научной деятельности его берут

---

[155] *Локально выпуклым пространством* называется топологическое линейное пространство, в котором каждая окрестность точки содержит её выпуклую окрестность.

[156] *Эберлейн Уильям Фредерик* (Eberlein William Frederick: 1917–1986) – американский математик, специалист в области математического анализа и математической физики. В 1942 г. окончил университет в Гарварде, начинал учебу в университете штата Висконсин; PhD (1942); 1947–1948 гг. – в Принстоне, 1948–1957 гг. – в университете Висконсина, с 1957 г. в университете Рочестера.

в 1940 г. в докторантуру Математического института АН СССР в Москве.

Вернёмся теперь на год назад – в 1939 г. В этот год выходят статьи [37; 38] В. Л. Шмульяна, одна – в «Докладах АН СССР», другая – в «Математическом сборнике», более подробная и посвященная свойствам единичной сферы банахова пространства. Статья [38] состоит из двух частей, в первой из которых рассматриваются два свойства единичной сферы: *строгая нормируемость* (т. е. отсутствие отрезков на поверхности единичной сферы) и гладкость, называемая В. Л. Шмульяном *слабой дифференцируемостью* (т. е. наличие в точке сферы касательной гиперплоскости).

Пусть Q – произвольное множество. Пусть $E(Q)$ обозначает некоторое линейное нормированное пространство ограниченных функций $x(q)$, определенных в Q, где $||x|| = \sup\{|x(q)|: q\epsilon Q\}$.

Последовательность точек $\{q_n\}$ из Q будем называть *экстремальной для функции* $x_0(q) \in E(Q)$, если существует $\lim\limits_{n\to\infty} x_0(q_n)$ и имеет место $||x_0|| = \left|\lim\limits_{n\to\infty} x_0(q_n)\right|$.

В первой части статьи В. Л. Шмульян формулирует необходимые и достаточные условия гладкости, а также строгой нормируемости, используя понятие последовательности экстремальной для точки единичной сферы банахова пространства, а также различные следствия из них.

Также в первой части В. Л. Шмульян изучает свойство, называемое им свойством $(H)_n$. Говорят, что банахово пространство E обладает свойством $(H)_n$, если для него справедлив следующий факт: чтобы система уравнений

$$f_1(x) = c_1, f_2(x) = c_2, \ldots, f_n(x) = c_n \qquad (2)$$

имела решение y с нормой, меньшей или равной M, необходимо и достаточно, чтобы для любых $\lambda_1, \ldots, \lambda_n$ имело место

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i c_i \leq M \cdot \left\| \sum_{i=1}^{n} \lambda_i f_i \right\|. \qquad (3)$$

В частности, свойство $(H)_1$ означает, что каждый линейный функционал f достигает своего максимума на единичной сфере.

В 1921 г. Э. Хелли[157] доказал, что если расстояние произвольной точки $x \in E$ до любого замкнутого линейного подпространства G из E достигается, то пространство E обладает свойством $(H)_n$ для любого n.

В. Л. Шмульяном доказан следующий факт (**теорема 7'**): *если пространство E обладает свойством* $(H)_2$, *то для слабой дифференцируемости нормы в* E^* *необходимо и достаточно, чтобы пространство E было строго нормируемо.*

Вторая часть статьи посвящена изучению пространств со свойством $(H)_n$.

В конце 1939 г. академик А. Н. Колмогоров представил в «Доклады АН СССР» статью В. И. Шмульяна [39], а через три месяца – другую его статью [40]. В статье [39] исследуются абстрактные нормированные кольца (теперь их называют банаховыми алгебрами), теория которых была постро-

---

157 *Хелли Эдуард* (Helly Eduard: 1884–1943) – австрийско-немецкий математик еврейского происхождения. Родился в Вене, окончил Венский университет (1907), затем год учился в Гёттингене у Д. Гильберта. В Вене до 1914 г. преподавал в гимназии и был редактором учебников. В 1914 г. призван в австрийскую армию, а в 1915 г. попал в плен. Был в лагерях для военнопленных в Сибири, где написал важные работы по функциональному анализу, там же вел математические семинары. Вернулся в Вену в 1920 г. и через год получил докторскую степень. Работал в банке до 1929 г., а затем в страховой компании. В 1938 г. после захвата Австрии нацистами бежал с семьёй в США, где при поддержке А. Эйнштейна был принят преподавателем в младший колледж. В 1941 г. переехал в Чикаго для работы в Корпусе связи армии США. В 1943 г. умер от сердечного приступа. Знаменитая теорема Хелли о пересечении выпуклых множеств опубликована в 1923 г.

ена годом ранее И. М. Гельфандом совместно с М. А. Наймарком[158] и в развитии которой активно участвовал А. Н. Колмогоров. В статье [40] продолжено изучение свойства гладкости единичной сферы, начатое в [37].

Поскольку статья [39] существенно отличается от тематики, которой В. Л. Шмульян занимался ранее, остановимся на ней чуть подробнее. Прежде чем формулировать цель статьи, дадим некоторые определения и обозначения.

Пусть Q обозначает произвольное абстрактное множество элементов (q). Через M обозначим произвольное семейство множеств e из Q, для которых выполняются следующие четыре условия:

a) если e_1 и e_2 принадлежат M, то их произведение $e_1 e_2 \in M$;

b) если $e_1 \in M$, то и всякое множество e_2 из Q, содержащее e_1, тоже принадлежит M;

в) пустое множество не принадлежит M;

d) всякое множество e из Q, не попавшее в систему M, является дополнением некоторого множества из M.

Приведём пример такого семейства M. Обозначим через q_0 произвольную точку совокупности Q. К системе M отнесём все множества e из Q, содержащие точку q_0. Полученная

[158] *Наймарк Марк Аронович* (1909–1978) – советский математик, родился в Одессе в еврейской семье. В 1936 г. окончил Одесский университет. В 1936–1938 гг. преподавал в различных вузах Одессы. С 1938 г. он научный сотрудник Сейсмологического инситута в Москве и Института химической физики АН СССР. В 1950–1964 гг. работает в Академии оборонной промышленности. В 1941 г. защитил докторскую диссертацию; с 1942 г. – профессор. В 1954–1962 гг. – профессор кафедры математики МФТИ. С 1962 г. работает в Математическом институте им. В. А. Стеклова АН СССР. Основные труды – в области нормированных колец, теории групп Лоренца, теории представления групп, теории линейных дифференциальных операторов.

система множеств удовлетворяет всем вышеназванным четырём условиям (a–d).

Пусть теперь Q – топологическое пространство, имеющее такое свойство: если F_1 и F_2 – два замкнутых множества из Q без общих точек, то найдутся два таких открытых множества G_1 и G_2, что F_1 содержится в G_1, а F_2 содержится в G_2, и пересечение $G_1 \cap G_2$ пусто (заметим, что класс таких топологических пространств шире, чем класс нормальных пространств). Через B_0 обозначим *наименьшее тело* (система множеств образует тело, если объединение, пересечение и разность двух множеств системы также принадлежит системе), содержащее все замкнутые и открытые множества e из Q. Через (Q) обозначим совокупность всех ограниченных вещественных и непрерывных функций $x(q)$, определенных на Q.

Целью статьи [39] является задача нахождения общего вида мультипликативного линейного функционала в (Q). В статье показано, что *эта задача эквивалентна задаче о построении аддитивной функции от множества $e \in B_0$, принимающей только значения ноль и единица. Последняя же задача равносильна задаче о построении системы множеств $e \in B_0$, удовлетворяющей вышеназванным четырем условиям* (a–d). *Построение такой системы множеств можно произвести аналогично построению, приведенному в § 1 статьи [39]*.

А теперь вернёмся к статьям [37; 38].

Пусть E – банахово пространство. По Банаху, норма называется слабо дифференцируемой в точке x_0 ,если существует предел

$$\lim_{h\to 0}\frac{\|x_0+hx\|-\|x_0\|}{h}\text{ , где } x\in E. \qquad (4)$$

Если стремление к пределу равномерно по всему единичному шару $\|x\| \leq 1$, то говорят, что норма в точке x_0 *сильно дифференцируема*. В статье [36] было введено понятие последовательности $\{q_n\}$ из некоторого множества Q, экстремальной для ограниченной функции $x_0(q)$ со значениями в линейном нормированном пространстве $E(Q)$ (см. выше). В терминах такой последовательности введены в работе достаточное условие сильной дифференцируемости нормы и критерий слабой дифференцируемости нормы, а в работе [40] получен критерий для сильной дифференцируемости нормы и различные следствия из этого критерия.

Напомним, что *регулярным пространством* называется топологическое пространство E, в котором каждое замкнутое множество B и не содержащаяся в B точка x могут быть отделены непересекающимися, содержащими соответственно B и x окрестностями. В конце статьи [38], а также в статье [40] В. Л. Шмульян занимается условиями регулярности пространств Банаха. Здесь уместно заметить, что в 1937 г. в «Докладах АН СССР» (Т. 17, №3, С. 95) появилась работа А. И. Плеснера, в которой дан критерий регулярности пространства. Для читателя полезно отметить, что В. Л. Шмульян называет единичный шар банахова пространства единичной сферой.

В. Л. Шмульян подытожил работы, посвященные строению единичной сферы в пространстве Банаха, в работе [42] на французском языке. Работа состояла из четырех частей. В первой части изучались условия дифференцируемости нормы (сильная и слабая дифференцируемости, равномерно слабая и равномерно сильная дифференцируемости) в пространстве Банаха. Методом изучения использовался метод вложения пространства Банаха в пространство ограниченных функций. Вторая часть работы была посвящена изучению аналогичных вопросов в пространстве суммируемых функций с нормой $\|x\| = \int_0^1 |x(t)| d\sigma(t)$. В третьей части работы установлены новые условия регулярности пространств и слабой компактности сферы. Наконец, в четвёртой части приводятся характеристики некоторых пространств Банаха.

Следующая работа В. Л. Шмульяна – «О последовательности выпуклых множеств» – была опубликована в «Трудах Одесского государственного университета» (1941, т. 3, с. 115–124). В ней В. Л. Шмульян, следуя С. Банаху, вводит определение регулярной выпуклости. Пусть E – банахово пространство. Множество K из сопряженного к E пространства E^* назовём *регулярно выпуклым*, если для каждого линейного функционала $f_0 \in K$ найдется такой элемент $x_0 \in E$, что

$$\sup\{f(x_0): f \in K\} < f_0(x_0).$$

Как показал Банах в своей книге «Теория линейных операторов», для линейных пространств регулярная выпуклость совпадает с регулярной замкнутостью. Далее в статье даются два критерия регулярной выпуклости множества, представляемого как предел последовательности возрастающих регулярно выпуклых множеств.

В работе [43], поступившей в феврале 1942 г. в «Доклады АН СССР» и представленной А. Н. Колмогоровым, сделана попытка обобщить результаты предыдущей работы. В ней дана общая схема вложения банахова пространства в пространство ограниченных функций и рассмотрена проблема аппроксимации в этом пространстве. Отметим, что наряду с доказательством основной теоремы в ней проводится доказательство пяти замечаний.

В следующей работе [44] В. Л. Шмульяна, представленной в «Доклады АН СССР» академиком С. Л. Соболевым в ноябре 1942 г., дано опровержение двух ранее высказанных автором гипотез.

Приведем гипотезу (B):

Пусть Q является бикомпактным хаусдорфовым пространством. Предположим, что частично упорядоченная последовательность непрерывных функций $\{\phi_\alpha(q)\}, \|\phi_\alpha\| \leq 1$ стремится к нулю в каждой точке $q \in Q$. Тогда $f(\phi_\alpha) \to 0$ для любого линейного функционала f в пространстве непрерывных функций на Q. Оказывается, что гипотеза (B) верна и становится теоремой, если частично упорядоченная последовательность $\{\alpha\}$ является обычной натуральной последовательностью (1, 2, 3, …). В общем случае теорема неверна. Теперь рассмотрим гипотезу (A). Предварительно введя в пространстве E^* слабую относительно E топологию, получим новое линейное пространство H. Пусть теперь некоторое ограниченное множество $m \in E^*$ замкнуто в H, а линейный функционал $F(f) \in E^{**}$ непрерывен на множестве m из H. Тогда для любого $\varepsilon > 0$ найдется такой элемент $x_\varepsilon \in E$, что $|F(f) - f(x_\varepsilon)| \leq \varepsilon, (f \in m)$.

Автор доказывает справедливость гипотезы (A) в ряде частных случаев [34]. В настоящей же работе строится опровергающий пример для общего случая.

Следующая работа, написанная на французском языке [45], поступила в редакцию ещё до войны, в апреле 1941 г., но была напечатана только в 1943 г. В ней исследуются компактные и слабо компактные множества в банаховом пространстве E и в его сопряженном пространстве E^*.

Доказан следующий основной результат*: ограниченные множества S из E и T из E^* могут быть (слабо) компактны*[159] *одно относительно другого только одновременно*.

[159] Говорят, что множество M из E^* (S из E) *компактно относительно множества* S из E^* (M из E), если из всякой последовательности $\{f_n\}$ из E^* ($\{x_n\}$ из E) можно выделить подпоследовательность $\{f n_i\}$ (соответственно

Среди тех, на кого ссылался в этой работе В. Л. Шмульян, отметим, что, кроме С. Банаха, И. М. Гельфанда, С. Мазура[160], Р. С. Филлипса[161], он цитирует Ю. Ф. Сирвинта[162]. Работы [43; 44] В. Л. Шмульяна подписаны необычно (из Действующей Красной Армии).

$\{x_{n_i}\}$ из E) такую, что существует равномерный по $x \in S$ ($f \in M$) предел $\lim\limits_{i\to\infty} f_{n_i}(x)$ ($\lim\limits_{i\to\infty} x(f_{n_i})$).

Множество M из E^* (S из E) называется *слабо компактным относительно множества* S из E (M из E^*), если из всякой последовательности $\{f_n\}$ из M ($\{x_n\}$ из S) можно выделить подпоследовательность $\{f_{n_i}\}$ (соответственно $\{x_{n_i}\}$) такую, что существует квазиравномерный по $x \in S$ ($f \in M$) предел $\lim\limits_{i\to\infty} f_{n_i}(x)$ ($\lim\limits_{i\to\infty} f(x_{n_i})$).

160 *Мазур Станислав Мечислав* (Mazur Stanisław Mieczysław: 1905–1981) – польский математик. Родился в Лемберге (позже Львов), учился в Львовском университете и в Сорбонне, окончил учебу в 1926 г. В 1926–1935 гг. преподавал в Львовском университете. В 1936–1939 гг. был адъюнкт-профессором Львовского политехнического института. В 1939–1941 гг. и в 1944–1946 гг. был доцентом, заведующим кафедрой геометрии Львовского университета и одновременно старшим научным сотрудником Института математики АН УССР. С 1941 г. – доктор физико-математических наук; в 1946–1948 гг. – профессор в Лодзинском университете. С 1948 г. работал в Варшавском университете, где возглавлял кафедру анализа. В 1954–1969 гг. – директор Института математики Варшавского университета. С. Мазур – ближайший сотрудник С. Банаха, один из создателей Львовской математической школы. В 1938 г. С. Мазур первым разработал общую теорию топологических векторных пространств, в 1963 г. выпустил книгу «Вычислимый Анализ» (Computable Analysis); член-корреспондент Польской АН (1947), академик (1952). Им были введены и разработаны геометрические методы функционального анализа.

161 *Филлипс Ральф Саул* (Ralf Saul Phillips: 1913–1998) – американский математик, родился в Окленде, учился в Калифорнийском (Лос-Анджелес) университете (1935); PhD в Мичиганском университете (1939), затем три года был в Принстоне; во время войны был исследователем в группе по изучению радиации Массачуссетского университета. После войны был доцентом (assistant professor) Курантовского института математики. С 1960 г. – профессор в Стэнфорде. Основные работы – в области функционального анализа, теории рассеяния (вместе с Питером Лаксом) и теории сервомеханизмов.

162 *Сирвинт Юрий Фёдорович* (1913–1943) – расстрелян в немецком концлагере (подробнее см. [46, с. 64–68]).

Последней работой [46], напечатанной в 1944 г., была статья «О компактных множествах в пространстве измеримых функций», посланная в редакцию ещё в июле 1941 г.

Пусть $T=\{t\}$ – абстрактная совокупность точек t, а $\mu(e)$ – вполне аддитивная неотрицательная мера, определенная на некоторой аддитивной системе множеств $F = \{e\}$ из T, причем $T \in F$. Заметим, что функция $\mu(e)$ может принимать и бесконечные значения. Совокупность всех вещественных функций $x(t)$, измеримых относительно системы F, обозначим через L. Совокупность всех тех функций $x(t)$, которые суммируются относительно $\mu(e)$ вместе с p-той степенью их модуля, образуют линейное подпространство L_p из L ($p > 1$).

Заметим, что функции $x(t) \in L_p$ ($p > 1$) обладают следующим свойством:

(A) для любого $\varepsilon > 0$ существует некоторое множество $e \in F$ и константа C, зависящие от ε и x, такие, что $\mu(e) \leq \varepsilon$ и $|x(t)| \leq C$ вне e.

Условие (A) выполняется автоматически, если $\mu(T) < +\infty$.

Предположим теперь, что функция множества S из L обладают свойством (A).

В статье получен критерий компактности множества S из L в смысле сходимости по мере (**теорема 1**), а также критерий компактности множества S из L_p ($p>1$), сходимость которого определяется нормой $\|x\| = \left(\int_T |x(t)|^p d\mu\right)^{1/p}$ (**теорема 2**).

В августе 1941 г. В. Л. Шмульян ушел вместе с сотрудниками Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР в одну из московских дивизий народного ополчения, воевал в ней, пройдя путь от Москвы до Варшавы.

В 1943 г. он был награжден медалью «За отвагу», а в 1944 г. за участие в Ковельской операции – орденом Отечественной войны II степени. 27 августа 1944 г., за два дня до своего тридцатилетия, на правом берегу р. Вислы в районе Праги (тогда предместье Варшавы) он пал смертью храбрых и там же был похоронен. Яркий очерк о Витольде Львовиче Шмульяне написал в 1965 г. его научный руководитель – М. Г. Крейн [16].

Список литературы к части 4

1. Авраменко С. А., Гихман И. И., Красносельский М. А. и др. Александр Владимирович Товбин // УМН. 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 246–247.
2. Верников И. Х., Крейн С. Г., Товбин А. В. О полуупорядоченных кольцах // Доклады АН СССР. 1941. Т. 30. № 9. С. 778.
3. Гантмахер В., Шмульян В. О линейных пространствах, единичная сфера которых слабо компактна // Доклады АН СССР. 1937. Т. 17. С. 91–94.
4. Gantmacher Vera. Ueber schwache totalstetige Operatoren // Математический сборник. 1940. Т. 7. (49). № 2. С. 301–308.
5. Гантмахер В., Шмульян В. О слабой компактности в пространстве Банаха // Математический сборник. 1940. Т. 8 (50). № 3. С. 489–492.
6. Данилевский А. М. О билинейных разложениях симметрических ядер, положительных в смысле Мерсера // Доклады АН СССР. 1936. Т. 1. № 8. С. 303–306.
7. Данилевский А. М. Об одной теореме М. Г. Крейна // Доклады АН СССР. 1936. Т. 1. № 9. С. 335–338.
8. Данилевский А. М. О численном решении векового уравнения // Математический сборник. 1937. Т. 2. № 1. С. 169–172.
9. Данілевський О. Про одну теорему Островського–Чеботарьова // Записки науково-досл. ін-ту матем. й механ. ХДУ і Харк. матем. Товариства. 1937. Т. XIV. С. 81–84.
10. Данілевський О. Про одне узагальнення формул Cayley // Записки науково-досл. ін-ту матем. й механ. ХДУ і Харк. матем. товариства. 1937. Т. XIV. С. 85–95.
11. Данилевский А. М. Об однозначных однолистных функциях в круговом кольце. Харьков: Изд-е Харк. мат об-ва и матем. отд. физ.-мат. ф-та ХГУ, 1950. Т. XXII. С. 51–63.
12. Дмитрий Григорьевич Крейн. URL: https://www.sakharov-center.ru/asfcd/khudozhniki/?t=page&id=394 (дата обращения: 20.06.2023).
13. Дубинский Е. А. Об условиях, порождающих сходимость двойных и *n*-кратных последовательностей // Научные записки

ун-та (механико-математический факультет). 1941. Т. XXV. Вып. 2. С. 17–28.

14. Кравчук М., Мовшиць С. Про Hermite'ову формулу механічних квадратур // Научные записки ун-та. Математический сборник. 1935. № 1. С. 171–177.

15. Krein M., Ĉmulian V. On regularly convex sets in the space conjugate to a Banach space // Ann. Math. 1940. No 41. Pp. 556–583.

16. Крейн М. Г. Витольд Львович Шмульян (к пятидесятилетию со дня рождения и двадцатилетию со дня смерти) // Успехи математических наук. 1965. Т. 20. Вып. 2. С. 131–133.

17. Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. Т. 2. Биобиблиография. М.: Физматлит, 1959. 819 с.

18. Мовшиц С. С., Товбин А. В. Про теорему Кеніга наближеного розв'язання рівнянь // Наукові записки Киіевськего держ. унта, 1938. Т. IV. Вип. 5. С. 135–145.

19. Мовшиць С. Метод побудови тригонометричных сум, що дають наближення найкращого порядку для функцій, які мають певні диференціальні властивості // Наукові записки Київського держ. ун-та, 1936. Т. II. Вип. 3. С. 123–149.

20. Одинец В. П. О математических работах трёх ученых, погибших во время Великой Отечественной войны // Современные проблемы математики и математического образования. LXXVI Герценовские чтения : сборник научных статей / под науч. ред. В. В. Орлова и М. Я. Якубсона. СПб.: Изд. РГПУ им. А. И. Герцена, 2023. 354 с.

21. Одинец В. П. Иммиграция в СССР в довоенный период: профили математиков. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2019. 124 с.

22. Одинец В. П. О ленинградских математиках, погибших в 1941–1944 годах. II. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2021. 108 с.

23. Пинкевич В. Т. Про похибку, що приспускається методом Штермера // Наук. зап. Дніпропетр. держ. ун-та. 1938. 1:1. С. 59–61.

24. Пинкевич В. Т. О порядке остаточного члена ряда Фурье функций, дифференцируемых в смысле Weyl'я // Известия АН СССР. Сер. мат. 1940. Т. 1. Вып. 6. С. 521–528.

25. Райков Д. А. О работах В. Л. Шмульяна по топологии линейных пространств // УМН. 1965. Т. 20. Вып. 2. С. 145–147.

26. Товбін А. В. Про теорему Bertrand'a та іі узагальнення // Наукові записки Київського держ. ун-та. 1937. Т. III. Вып. 1. С. 17–24.

27. Товбин А. В. О существовании центра у бесконечных и конечных групп // Доклады АН СССР. 1941. Т. 31. № 3. С. 198.

28. Товбин А. В. О структуре групп, содержащих альтернативные или симметрические подгруппы // Математический сборник. 1942. Т. 52. С. 3–6.

29. Товбин А. В. Обобщение теоремы Бертрана из теории групп подстановок // Математический сборник. 1942. Т. 52. С. 7–10.

30. Шмульян В. Л. Про слабо компактні множини в лінійних нормованих просторах // Зап. наук.-досл. Інст. Матем. і мех. ХДУ і Харк. мат. товар. 1937. № 14. С. 239–242.

31. Шмульян В. Л. О регулярно замкнутых и слабо компактных множествах в пространствах типа (B) // Доклады АН СССР. 1938. № 18. С. 403–405.

32. Шмульян В. Л. О принципе вкладок в пространство типа (B) // Математический сборник. 1939. № 5 (47). С. 317–328.

33. Шмульян В. Л. Линейные топологические пространства и их связь с пространством типа (B) // Доклады АН СССР. 1939. № 22. С. 475–477.

34. Шмульян В. Л. О различных топологиях в пространстве Банаха // Доклады АН СССР. 1939. № 23 С. 331–334.

35. Ĉmulian V. Über lineare topologische Räume // Математический сборник. 1940. № 7 (49). С. 425–448.

36. Шмульян В. Л. О линейных топологических пространствах. II // Математический сборник. 1941. № 9 (51). С. 727–730.

37. Шмульян В. Л. О некоторых геометрических свойствах единичной сферы пространства типа (B) // Доклады АН СССР. 1939. Т. 24. № 7. С. 647–651.

38. Шмульян В. Л. О некоторых геометрических свойствах единичной сферы пространства типа (B) // Математический сборник. 1939. Т. 6 (48). С. 77–94.

39. Шмульян В. Л. О мультипликативных линейных функционалах в некоторых специальных нормированных кольцах // Доклады АН СССР. 1940. Т. XXVI. № 1. С. 13–16.

40. Шмульян В. Л. О дифференцируемости нормы в пространстве Банаха // Доклады АН СССР. 1940. Т. XXVII. № 7. С. 643–648.

41. Шмульян В. Л. О некоторых геометрических свойствах сферы в линейных полуупорядоченных пространствах Банаха // Доклады АН СССР. 1941. Т. XXX. № 5. С. 393–396.

42. Ĉmulian V.L. Sur la structure de la sphere unitare dans l'espace de Banach // Математический сборник. 1941. Т. 9 (51). С. 545–561.

43. Шмульян В. Л. Аппроксимация в пространстве ограниченных функций // Доклады АН СССР. 1942. Т. 34. № 9. С. 266–271.

44. Шмульян В. Л. О некоторых вопросах функционального анализа // Доклады АН СССР. 1942. Т. 38. № 5–6. С. 170–173.

45. Шмульян В. Л. О компактных и слабо компактных множествах в пространстве типа (B) // Математический сборник. 1943. Т. 54. № 1. С. 91–98.

46. Шмульян В. Л. О компактных множествах в пространстве измеримых функций // Математический сборник. 1944. Т. 57. № 2. С. 343–346.

47. Эфрос А. М. О некоторых применениях операторного исчисления к анализу // Математический сборник, 1935. Т. 42. № 6. С. 699–706.

48. Эфрос А. М. Деякі прикладання операційного числения до аналізу // Зап. матем. о-ва. 1937. № (4) 14. С. 205–226.

49. Эфрос А. М., Данилевский А. М. Операционное исчисление и контурные интегралы. Харьков: Гос. Научно-техн. изд-во Украины, 1937. 378 с.

Часть 5. Математики, окончившие вузы БССР, АзССР, ГССР

5.1. Нисневич Владимир Львович (1908–1942)

Владимир Львович Нисневич родился в Санкт-Петербурге в семье врача Льва Нисневича. После гражданской войны семья оказалась в Белоруссии. В 1927 г. В. Л. Нисневич поступил в Белорусскую сельскохозяйственную академию[163], образованную годом ранее из Горыгорецкого сельхозинститута Оршанского уезда Могилевской области. В 1931 г. он оканчивает учебу. В январе 1937 г. Владимир Львович принят преподавателем на кафедру высшей алгебры Белорусского государственного университета (БГУ) в Минске, а в сентябре поступает в аспирантуру МГУ, на кафедру высшей алгебры к профессору А. Г. Курошу. 1 февраля 1938 г. В. Л. Нисневич переведен на должность и. о. доцента кафедры высшей алгебры БГУ, при этом оставаясь аспирантом А. Г. Куроша. 1 сентября 1938 г. В. Л. Нисневич назначается заведующим кафедрой высшей алгебры БГУ. В этой должности он проработает до 26 июня 1941 г. [1].

23 апреля 1940 г. В. Л. Нисневич защитил на заседании Ученого совета механико-математического факультета МГУ кандидатскую диссертацию на тему «О группах, изоморфно представимых матрицами над некоторым полем». В том же году в журнале «Математический сборник» выходит его

[163] Находится в г. Горы Могилевской области. Горыгорецкий сельхозинститут был образован в 1840 г. Это старейший сельхозинститут России.

статья [3], поступившая в редакцию в мае 1940 г. В преамбуле к статье говорится, что статья является ответом на проблему, поставленную автору А. Г. Курошем: *охарактеризовать в терминах абстрактной теории групп, класс групп, представимых точно посредством матриц над каким-нибудь коммутативным*[164] *полем.*

В статье два параграфа. В первом доказывается следующая **теорема:**

Пусть H_α – некоторое множество групп. Для того чтобы свободное[165] *произведение групп из H_α могло быть представлено точно посредством матриц над каким-нибудь коммутативным полем, необходимо и достаточно, чтобы каждая из групп в H_α могла быть представлена точно посредством матриц одного и того же порядка над некоторым коммутативным полем Г (поле представления Г должно быть одно и то же для всех групп из H_α). При этом если все группы из H_α представлены посредством матриц n-го порядка, то их свободное произведение может быть представлено посредством матриц (n+1)-го порядка.*

Во втором параграфе доказана следующая **теорема**:

Если каждая подгруппа счетной группы G, порожденная конечным числом элементов, может быть представлена точно посредством матриц n-го порядка над некоторым полем Г, то группа G может быть представлена точно посредством матриц n-го порядка над некоторым полем.

---

[164] Как пишет в своей книге «Алгебра» Ван дер Варден (см. изд-во «Наука», 1979. С. 54), «некоторые авторы называют все тела полями и различают поля коммутативные и некоммутативные», т. е. те тела, в которых умножение некоммутативно.

[165] Свободным произведением двух групп называется группа, порожденная элементами этих двух групп без дополнительных соотношений, кроме тех, которыми задаются заданные группы. Свободное произведение групп G_1 и G_2 обозначается $G_1 * G_2$.

В. Л. Нисневич делает к этой теореме сноску: *эта теорема доказана одновременно А. И. Мальцевым, но другими методами, притом для групп произвольной мощности*[166].

В начале июля 1941 г. В. Л. Нисневич был призван в РККА. Весной 1942 г. (не позже конца апреля) командир взвода В. Л. Нисневич выбыл в другую часть и там пропал без вести. Погиб не позже конца 1942 г. Небольшие воспоминания о В. Л. Нисневиче оставил в 1970 г. его научный руководитель – профессор А. Г. Курош [2].

---

[166] *Мальцев Анатолий Иванович* (1909–1967) – советский математик; родился в поселке Мишеронский Московской губернии в семье стеклодува Ивана Александровича Мальцева. По окончании средней школы (1927) поступил на физико-математический факультет Московского университета. По окончании университета (1931) был направлен в Иваново, где работал сначала в Энергетическом институте, а позже в пединституте. В 1934–1937 гг. учится в аспирантуре у профессора А. Н. Колмогорова. В 1937 г. защищает кандидатскую диссертацию. В 1939–1941 гг. учится в докторантуре Математического института им. В. А. Стеклова. В 1941 г. защищает докторскую диссертацию «Структура изоморфно представимых бесконечных алгебр и групп». В 1953 г. – член-корреспондент АН СССР, 1958 г. – академик АН СССР. В 1959 г. переезжает в Новосибирский академгородок, участвует в создании механико-математического факультета Новосибирского университета. Основные труды – в алгебре и теории моделей. Награждён Сталинской премией 2-й степени за работы в области теории групп Ли (1946), а также Ленинской премией – за приложение математической логики к алгебре и теории моделей (1964).

5.2. Ибадов Талыб Гусейн оглы (1911–1943)

Талыб Гусейн оглы Ибадов родился в 1911 г. в с. Альковут Бакинской губернии. Окончил Азербайджанский государственный университет (Баку) в 1939 г. Дипломную работу писал по дифференциальным уравнениям под руководством доцента Я. Б. Лопатинского[167]. К нему же поступил в аспирантуру. С началом ВОВ ушел добровольцем из аспирантуры, оставив не вполне законченную статью. Закончил статью его научный руководитель и опубликовал в 1945 г. [6].

В статье рассмотрено решение волнового уравнения

$$W''_{xx} + W''_{yy} - W''_{zz} = 0 \qquad (1)$$

вида $U = \Phi(V)$, где Φ – произвольная, достаточное число раз дифференцируемая функция.

При этом оказывается, что *U и V определяются в конечном виде* и выписываются явно. Этот результат является обобщением классического функционально-инвариантного решения В. И. Смирнова[168] и С. Л. Соболева[169], данного в трёх[170] статьях на французском языке в 1932 г.

---

[167] *Лопатинский Ярослав Борисович* (1906–1981) – советский математик; родился в Тбилиси. Окончил Азербайджанский университет (Баку) в 1926 г., где и работал с 1926 по 1945 г. В 1946 г. защитил докторскую диссертацию, профессор (1947). С 1946 по 1963 г. преподавал в Львовском университете. Член-корреспондент АН УССР (1951), академик АН УССР (1965). В 1963–1966 гг. преподавал в Московском институте нефтехимической и газовой промышленности. С 1966 по 1981 г. работал в Донецком вычислительном центре (преобразованном в 1970 г. в Институт прикладной математики и механики АН УССР). Основные труды – в области краевых задач для системы дифференциальных уравнений общего вида.

[168] *Смирнов Владимир Иванович* (1887–1974) – российский и советский математик; родился в Санкт-Петербурге в семье протоиерея Лицейской церкви Смирнова Иоанна Николаевича. В 1905 г. поступил на физико-математический факультет Петербургского университета. По оконча-

нии учебы был оставлен в нём для приготовления к профессорскому званию. В 1915 г. стал профессором университета и работал в нём до конца жизни. При советской власти получил звание профессора в 1926 г. Одновременно в 1912–1930 гг. преподавал в Петербургском (Ленинградском) институте инженеров путей сообщения. В 1932 г. избран членом-корреспондентом АН СССР. В 1932–1935 гг. работал в Сейсмологическом институте и в Математическом институте АН СССР. В 1936 г. стал доктором физико-математических наук. В августе 1941 г. был эвакуирован в Пермь, но проработал в Пермском университете только месяц в связи с началом раскрутки фальшивого обвинения преподавателей математического и физического факультетов Петербургского университета в контрреволюционной деятельности (дело № 555). Перебрался в Елабугу, где выполнял ряд работ по оборонной тематике. В 1943 г. избран академиком АН СССР. После Великой Отечественной войны вернулся в Ленинград. В. И. Смирнов – автор известного «Курса высшей математики» (в 5-ти томах), за который получил в 1948 г. Сталинскую премию 2-й степени. Всю жизнь он оставался глубоко верующим человеком. В 1920 г., во время Гражданской войны, был выдан ордер на его арест. Поскольку он не ночевал дома, то арестовали и расстреляли его жену. Основные труды В. И. Смирнова относятся к теории функций комплексного переменного, математической физике, функциональному анализу и теории упругости. Его учениками стали несколько академиков. Похоронен на кладбище в п. Комарово (курортный район Санкт-Петербурга).

[169] *Соболев Сергей Львович* (1908–1981) – советский математик; родился в Санкт-Петербурге в семье присяжного поверенного Льва Александровича Соболева. Из-за ранней смерти отца заботу о Сергее взяла его мать – врач по профессии. В 1918–1923 гг. они с матерью жили в Харькове. В 1923 г. вернулись в Петроград, где в 1924 г. Сергей окончил с отличием школу и поступил в Первую Государственную художественную студию по классу игры на фортепьяно. Тяга к математике, однако, взяла своё, и в 1925 г. он поступает в Ленинградский университет. В 1929 г. он оканчивает физико-математический факультет университета и начинает работать в Сейсмологическом институте АН СССР, где под руководством В. И. Смирнова и вместе с ним открывает (1932) новую область в математической физике – функционально-инвариантные решения задач, связанных с волновыми процессами в сейсмологии. В 1933 г. С. Л. Соболева избирают членом-корреспондентом АН СССР, а в 1939 г. – академиком. В 1945–1948 гг. он работал в Лаборатории № 2, занимаясь проблемами атомной бомбы. Одновременно завершил работу над книгой «Некоторые применения функционального анализа в математической физике», откуда в математику вошло понятие «пространство Соболева». С. Л. Соболев – один из инициаторов создания в Новосибирске СО АН СССР и Института математики. В 50-е гг. выступал в защиту кибернетики и генетики,

С началом Великой Отечественной войны Т. Г. Ибадов служит переводчиком в особом отделе НКВД 61-й стрелковой дивизии Закавказского фронта. Получает звание младшего лейтенанта. Награждён двумя орденами Красного Знамени. Талыб Гусейн оглы Ибадов погиб 7 мая 1943 г. в боях за освобождение станицы Нижне-Бакинской Крымского района Краснодарского края. Посмертно награждён медалью «За оборону Кавказа». Сведения об Ибадове для книги «Математика в СССР за сорок лет 1917–1957» (Т. 2, с. 274) сообщил будущий член-корреспондент Национальной академии наук Азербайджана, профессор Джавадов Маис Габиб оглы (1929–1992) – специалист в области обобщенных функций.

а в 60-е – в защиту работ Л. В. Канторовича. Но в 1973 г. поддержал осуждение правозащитной деятельности академика А. Д. Сахарова. С. Л. Соболев – лауреат трёх Сталинских премий (1941, 1951, 1953), две последние – 1-й степени. Похоронен в Москве на Новодевичьем кладбище.

[170] Приведём название одной, напечатанной в России в «Трудах Сейсмологического института» (1932, № 20. с. 1–37): ”Sur une méthode nouvelle dans le problème plan des vibrations élastiques”.

5.3. Лапаури Исаак Давидович (1916–1942)

Исаак Давидович Лапаури родился в селе Кисисхеви Телавского уезда Тифлисской губернии (ныне Телавский муниципалитет Грузии).

В 1934 г. поступил на первый курс физико-математического факультета Тбилисского университета. По окончании университета (1939) был принят в аспирантуру (руководитель – профессор Ш. Е. Микеладзе[171]). В 1941 г. И. Д. Лапаури опубликовал в «Сообщениях АН ГССР» статью «О численном интегрировании дифференциального уравнения гиперболического типа» [4].

Пусть дано уравнение вида

$$a_1 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + a_2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + b_1 \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + b_2 \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + c \cdot u = f(x, t), \quad (1)$$

где функция $u: R^2 \to R$ имеет непрерывные частные производные и квадратная матрица $A = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{pmatrix}$ имеет одно положительное и одно отрицательное собственное значение (т. е. уравнение (1) гиперболического типа). Пусть при этом уравнение (1) допускает интеграл, удовлетворяющий следующим начальным и граничным условиям:

1) при $t = 0$ $u = \psi(x)$, $\frac{\partial u}{\partial t} = \varphi(x)$;

[171] *Микеладзе Шалва Ефимович* (1895–1976) – советский математик; родился в г. Телави Тифлисской губернии. Окончил Тбилисский университет (1929) и работал там же; доктор физико-математических наук (1935), профессор (1935), член-корреспондент АН ГрССР (1950), академик АН ГрССР (1960); лауреат Сталинской премии (1952). Основные труды – по приближенным и численным методам в математической физике.

2) при $x = 0$ $u(0, t) = F(t)$, при $x = L$ $u(L, t) = \Phi(t)$, где $F(t)$ и $\Phi(t)$ – непрерывные функции в интервале $(0, T)$.

Установив соотношение между шагами разностей по x и t вида $l = h/a$ и предполагая функции $\psi(x)$, $\varphi(x)$, $f(x, t)$, $u(x, t)$ дифференцируемыми достаточное число раз, И. Д. Лапаури показывает возможность замены дифференциального уравнения (1) разностным по формуле

$$u_{i,k+1} + u_{i,k-1} - u_{i+1,k} - u_{i-1,k} =$$
$$= l^2 f_{i,k} + \sum_{n=2}^{s/2} \frac{2l^{2n}}{(2n)!} \cdot \sum_{\lambda=0}^{n-1} a^{2\lambda} \frac{\partial^{2n-2} f_{i,k}}{\partial t^{2n-2(\lambda+1)} \partial x^{2\lambda}} + \overline{R_{\iota,k}} \tag{2}$$

с остаточным членом порядка l^{s+2}, где s – какое угодно положительное число. «*При помощи формулы (2) можно отыскать значения u(x, t) слой за слоем с какой угодно степенью точности*».

Следующая статья [5] И. Д. Лапаури поступила в редакцию журнала «Сообщения АН ГрССР» 28 августа 1941 г. А уже в сентябре того же года И. Д. Лапаури был призван в РККА.

В статье [5] И. Д. Лапаури даёт новый метод приближенного решения дифференциального уравнения параболического типа

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = a(x,t)\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + b(x,t)\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + \\ + o(x,t)u(x,t) + g(x,t) \tag{3}$$

с начальным условием:

$$u(x, 0) = \varphi_0(x), \tag{4}$$

и граничными условиями:

$$u(0, t) = f(t), u(L, t) = \phi(t), \tag{5}$$

где функции $f(t)$ и $\varphi(t)$ – непрерывные функции в интервале $(0, T)$, а функции $a(x,t), b(x,t), o(x,t), g(x,t)$ – непрерывные, функция $u(x,t)\colon R^2 \to R$ имеет непрерывные частные производные.

Идея метода, дающая точность h^n, где n – произвольное положительное число, состоит в том, что выбираются в промежутке изменения аргумента t функции $u(x,t)$ ряд значений: $h, 2h, \dots, mh$, и с помощью формулы Тейлора строятся функции $\Phi_k(x, \lambda h)$ $(\lambda = 1, 2, \dots, m)$, обращающиеся при $t = h, 2h, \dots, (m-1)h$ соответственно в $u(x,h), u(x,2h), \dots,$ $u(x,(m-1)h)$ и удовлетворяющие граничным условиям.

Как известно, параболические уравнения – это один из типов уравнений, описывающих нестационарные процессы. Метод, предложенный И. Д. Лапаури, применим при решении уравнений описания процессов конвекции и диффузии и, в частном случае, решении уравнения теплопроводности.

Осень и зиму 1941 г., а также всю весну 1942 г. И. Д. Лапаури был на фронте. Он пропал без вести в период июль-сентябрь 1942 г. Сведения для книги «Математика в СССР за сорок лет 1917–1957» (т. 2, с. 389) сообщил его научный руководитель – будущий академик АН ГрССР, профессор Ш. Е. Микеладзе.

Список литературы к части 5

1. Книга памяти Белорусского государственного университета. Минск: Изд-во БГУ, 2022. 107 с.
2. Курош А. Г. Памяти молодых советских алгебраистов, погибших на фронтах Великой Отечественной войны. 1970. Т. 25. Вып. 3. С. 252–253.
3. Нисневич В. Л. О группах, изоморфно представимых матрицами над коммутативным полем // Математический сборник. 1940. Т. 50. № 3. С. 395–403.
4. Лапаури И. Д. О численном интегрировании дифференциального уравнения гиперболического типа // Труды Математического института Академии наук ГрССР. 1941. № 10. С. 95–109.
5. Лапаури И. Д. К вопросу приближенного решения дифференциального уравнения параболического типа // Сообщения Академии наук ГрССР. 1942. Т. 3. № 1. С. 11–14.
6. Лопатинский Я. Б., Ибадов Т. Об одном семействе решений волнового уравнения // Труды Азербайджанского университета. 1945. № 5. С. 96–99.

Часть 6. Дополнение к двухтомнику

6.1. Извеков Борис Иванович (1891–1942)

Б.И. Извеков

Борис Иванович Извеков родился в Калуге в семье священника, происходившего из дворян Калужской губернии. В 1909 г. Б. И. Извеков окончил с золотой медалью гимназию в Калуге и в том же году поступил в Петербургский университет на физико-математический факультет.

В 1914 г. окончил учебу в университете с дипломом 1-й степени и надеялся продолжить изучение течения вязкой жидкости, начатое в университете. Но начавшаяся в августе 1914 г. война изменила его планы. Б. И. Извеков добровольно поступил на военную службу. Воевал под Ригой и Двинском (ныне Даугавпилс). Февральскую революцию 1917 г.

встретил в должности заведующего автомобильным парком 59-го тяжёлого артиллерийского дивизиона. Пользуясь уважением сослуживцев, был выбран командиром того же подразделения. Демобилизовался в феврале 1918 г., а осенью того же года поступил на службу в Павловскую магнито-метеорологическую обсерваторию. Через год, в 1919 г., вступил в должность приватного преподавателя авиашколы летчиков Красного воздушного флота. Чуть позже был призван на службу в Красную армию [1].

В 1920 г. он был демобилизован и перешел на службу в Главную геофизическую обсерваторию (ГГО) в Петрограде. Одновременно с 1922 г. состоял штатным преподавателем по математике Высшего военно-морского училища. В тот же год ему было присвоено звание доцента, и он становится действительным членом Петроградского (с 1924 г. – Ленинградского) Физико-математического общества. В 1925 г. на заседании этого общества памяти скончавшегося А. А. Фридмана[172] он делает доклад «Работы А. А. Фридма-

---

[172] *Фридман Александр Александрович* (1888–1925) – советский математик, механик и физик; родился в Петербурге в семье выпускника консерватории Александра Александровича Фридмана. Окончил Петербургский университет (1910) с дипломом 1-й степени и был оставлен в университете для приготовления к профессорскому званию при кафедре чистой и прикладной математики В. А. Стеклова. В 1913 г. сдал экзамены на степень магистра чистой и прикладной математики. В 1915–1917 гг. был преподавателем военной школы летчиков, в 1918–1920 гг. – профессором механики Пермского университета. С 1920 г. работал в Главной геофизической обсерватории (ГГО). Основные работы А. А. Фридмана, не считая двух гимназических (получивших одобрение Д. Гильберта) работ по теории чисел, совместных с будущим деканом Пермского университета и заведующим кафедрой Политехнического института в Петрограде (с 1927 г. – профессором в США) Я. Д. Тамаркиным, и совместные с Я. Д. Тамаркиным работы на 1-м курсе университета по теории чисел, за которую они получили золотую медаль университета, были посвящены космологии и динамической метеорологии.

на по теоретической метеорологии». Жил Б. И. Извеков тогда на 11-й линии Васильевского острова, д. 44, кв. 14.

В 1923 г. Б.И. Извеков назначается ученым секретарем ГГО и избирается старшим физиком там же.

В 1925 г. Б.И. Извеков находился в течение 3-х месяцев в командировке по линии ГГО в Норвегии. В тот же год он сдаёт в печать книгу «Состав и строение земной атмосферы по современным понятиям» (Изд-во ГГО, 1926). В 1928 г. Б. И. Извеков в течение 2-х месяцев был в командировке от ГГО в Германии, во Франкфурте-на-Майне, где ближе познакомился со своей будущей женой – Ольгой Алексеевной Косаревой, тоже находившейся в Германии в командировке от ГГО. О. А. Косарева, будучи на 2 года старше Бориса Ивановича, мать уже троих детей, не сразу согласилась связать себя узами нового брака. Но в 1929 г. у неё родилась дочь Татьяна [1]. Борису Ивановичу теперь надо было думать, как кормить четырех детей. По совместительству он уже 5 лет работает доцентом в ЛЭТИ, преподавая математику [6]. Позже добавилась Военно-морская академия им. К. Е. Ворошилова. Здесь он стал заведующим кафедрой высшей математики и получил звание профессора.

В 1934 г. выходит его книга «Основы векторного анализа» [2], а менее чем через год – «Сборник задач по прикладной математике для студентов, аспирантов и преподавателей втузов» [3]. Книга состояла из двух частей: 1) Математический анализ. Задачи и упражнения; 2) Прикладная математика. Задачи и упражнения. Эти книги, несомненно, повлияли на то, что Б. И. Извекова в 1939 г. пригласили преподавать на математико-механическом факультете ЛГУ.

Возможно, другим поводом послужила закрытая тематика механико-математического факультета – повышение точности артиллерийской стрельбы в зависимости от метеоусловий: скорости и направления ветра, температуры и давления воздуха.

После ухода из Военно-морской академии в 1940 г. единственным местом работы профессора Б. И. Извекова оставался механико-математический факультет ЛГУ.

4 февраля 1942 г. Борис Иванович был арестован по делу № 555 – по делу якобы контрреволюционной группы. Жена Бориса Ивановича была арестована и сослана на 5 лет в Саратов еще в 1935 г. [1]. И хотя расстрельный приговор Борису Ивановичу Извекову в мае 1942 г. был заменён на 10-летнюю ссылку в Республику Коми, он умер в тюремной больнице 22 июня 1942 г. от дистрофии. Реабилитирован в 1954 г. На доме 44 по 11-й линии Васильевского острова, где жил Б. И. Извеков, в 2015 г. установлен памятный знак «Последний адрес».

6.2. Перельман Яков Исаевич (1900 – после 1965)

Я. И. Перельман

Яков Исаевич Перельман родился в Минске 14 (1) мая 1900 г. [4, с. 533]. Пока нам неизвестно, как складывалась его жизнь до тридцатилетия. Но с сентября 1930 г. мы точно знаем, что он был студентом физико-математического факультета Ленинградского университета. В 1934 г. он оканчивает учебу по специальности «механика», за год до этого созданного математико-механического факультета ЛГУ им. А. С. Бубнова. В 1934 г. был воссоздан Ленинградский индустриальный институт (ЛИИ, бывший Политехнический). Туда и был распределён Яков Исаевич Перельман. Поскольку Я. И. Перельман последние два года (1933–1934) учился на кафедре упругости математико-механического факультета ЛГУ, он поступает в аспирантуру к академику

Борису Григорьевичу Галёркину[173], который тогда тоже работал в ЛИИ. К 1940 г. Я. И. Перельман заканчивает работу над диссертацией и успешно защищает её, становясь кандидатом технических наук [4, с. 533]. В книге [7, с. 50] нами были выдвинуты две гипотезы: 1) инициалы автора статьи «Метод Б. Г. Галёркина в вариационном исчислении и в теории упругости» [6, с. 53–55] принадлежат Якову Исидоровичу Перельману; 2) эти инициалы принадлежат какому-то другому Якову Перельману. Мы склоняемся к первой гипотезе, не найдя первоначально послевоенных работ Я. И. Перельмана и считая дату рождения диссертанта Я. И. Перельмана вымышленной. После нахождения двух работ Я. И. Перельмана (1958 и 1963) стало очевидно, что мы ошиблись.

Именно Яков Исаевич Перельман работал под руководством академика Б. Г. Галёркина, изучая напряжение и пе-

---

[173] *Галёркин Борис Григорьевич* (1871–1945) родился в еврейской семье ремесленника Гирш-Шлейма Зораховича Галёркина в древнем городе Полоцке (862) Витебской губернии (ныне области Белоруссии).

В 1885 г. окончил учебу в хедере – начальной еврейской школе. Курс гимназии сдал экстерном в Минске в 1893 г. В том же году поступил в Технологический институт императора Николая I (Санкт-Петербург). По окончании учебы (1899) работал инженером на заводе в Харькове и на строительстве Восточно-Китайской железной дороги. С 1906 г. он профессиональный революционер, член Петербургского комитета РСДРП. Был арестован и в заключении написал первую научную работу. С 1909 г. преподавал в Императорском Санкт-Петербургском политехническом институте Петра Великого. В 1921–1929 гг. преподавал одновременно и в ЛГУ. С 20-х гг. консультировал проектирование и строительство крупных электростанций в СССР: Волховской ГЭС, Днепрогэс и др. Член-корреспондент АН СССР (1926). В 1934 г. получил две ученые степени – доктора технических наук и доктора физико-математических наук. С 1935 г. он академик АН СССР. Во время ВОВ руководил Комиссией по строительству оборонительных сооружений Ленинграда. Основные работы в области математики относятся к решению дифференциальных уравнений теории упругости, включая и приближенные решения.

ремещения в круговом цилиндрическом трубопроводе [7, с. 52]. Именно Яков Исаевич публикует статью [8].

В августе 1941 г. он призван в армию. Первое воинское звание – техник-интендант 2-го ранга, последнее – инженер-капитан. Занимается строительством сооружений вначале на Южном фронте, позже – на Сталинградском фронте. После 1 мая 1943 г. он служит в составе 7-й гвардейской армии и в её же составе заканчивает войну. Награждён медалями «За оборону Сталинграда», «За победу над Германией в Великой Отечественной войне 1941–1945 гг.».

После демобилизации в 1945 г. Я. И. Перельман возвращается в Ленинград, в Политехнический институт. В 1947 г. получает звание доцента. С 1948 г. Я. И. Перельман – доцент Ленинградского технологического института пищевой промышленности [4]. В 1958 г. он публикует статью «Об одном обобщении теорем Ляпунова об устойчивости для установившихся движений» [9].

В этой статье даётся доказательства общих теорем Ляпунова об устойчивости установившихся движений при наличии разрывов в правых частях уравнений (1):

$$\frac{dx_s}{dt} = X_s(x_1, \dots, x_n), (s = 1, 2, \dots, n), \qquad (1)$$

без требования единственности решения системы (1) и при допущении конечных разрывов по отдельным координатам в правых частях этих уравнений.

Пусть дано дифференциальное уравнение $x' = f(x,t)$, где $x \in E$ – n-мерному нормированному пространству. Решение $x_0(\cdot)\colon (t_0, +\infty) \to E$ этого уравнения называют ***устойчивым по Ляпунову***, если для всякого $\varepsilon > 0$ найдется $\delta > 0$ такое, что для всякого $x \in E$, удовлетворяющего неравенству $|x - x_0(t)| << \delta$, решение $x(\cdot)$ задачи Коши ($x' = f(x,t)$,

$x(t_0) = x$) единственно, определено на $(t_0, +\infty)$ и при всяком $t \in (t_0, +\infty)$ удовлетворяет неравенству $|x(t) - x_0(t)| < \varepsilon$.

Если, сверх того, найдется $\delta_0 > 0$ такое, что для всякого решения $x(\cdot)$ уравнения $x' = f(x, t)$, начальное значение которого удовлетворяет неравенству $|x(t_0) - x_0(t_0)| < \delta_0$, имеет место равенство

$$\lim_{t \to +\infty} |x(t_0) - x_0(t_0)| = 0,$$

то решение $x(\cdot)$ называется ***асимтотически устойчивым*** [5, с. 568].

Напомним первую теорему Ляпунова – об устойчивости нулевого решения возмущенной системы в пространстве R^n, в частном случае, когда она автономна, т. е. имеет вид

$$\frac{du}{dt} = f\big(u(t)\big), \tag{2}$$

если существует определённо[174] *положительная функция $V(u)$, удовлетворяющая (2), производная которой $V'(u)$ знакоотрицательна, то $u_0(t)$ – устойчивое решение уравнения (2).*

Также напомним вторую теорему Ляпунова:

Пусть существует определенно положительная функция $V(u)$, удовлетворяющая (2), производная которой $V'(u)$ является определенно отрицательной функцией. Тогда *$u_0(t)$ – асимптотически устойчивое решение уравнения (2).*

В статье [9] Я. И. Перельмана, кроме доказательства второй теоремы Ляпунова при допущении конечных разрывов по координатам в правых частях уравнений в (1), добав-

---

[174] Функция $V(u)$ называется *знакоположительной в* области D – окрестности нуля в R^n, если $V(0) = 0$, $V(u) \geq 0$ для всех $u \in D$. Функция $V(u)$ называется *положительно определённой*, если она знакоположительна и $V(u) > 0$ для любого $u \in D$, отличного от 0 (аналогично определяются *знакоотрицательные и отрицательно определенные* функции).

лено, что случай, когда траектория движения достигает точки покоя в конечный момент времени $t = T$ и для всякого $t \geq T$ её не покидает, включается в случай асимптотической устойчивости.

Наконец, несомненно, новой в статье была геометрическая интерпретация теорем Ляпунова.

Следующая статья [10] Я. И. Перельмана была продолжением статьи [9] и имела название «Обобщение теорем второго метода Ляпунова». В ней обобщение распространялось на случай неустановившихся движений. При этом вместо n-мерного фазового пространства координат вводятся в рассмотрение $(n+1)$-мерное пространство переменных $(t, x_1, \dots, x_n)$. Я. И. Перельман доказывает две теоремы Ляпунова *об устойчивости невозмущенного движения и об асимптотической устойчивости невозмущенного движения.* Наконец, Я. И. Перельман доказывает теорему Ляпунова о *неустойчивости для неустановившихся движений*. К сожалению, сведений об Якове Исаевиче Перельмане после 1965 г. мы пока не имеем.

Список литературы к части 6

1. Булах-Извекова Т. Б. Воспоминания моей жизни. СПб.: 2008, (Возвращение). 173 с.; 2009 (Продолжение). 114 с.; 2010 (Эпилог). 120 с.
2. Извеков Б. И. Основы векторного анализа. Л.: Кубуч, 1934. 176 с.
3. Извеков Б. И. Сборник задач по прикладной математике для студентов, аспирантов и преподавателей втузов. Л.; М.: Гос. технико-теоретическое изд-во, 1935. Ч. 1. 407 с.
4. Математика в СССР за сорок лет 1917–1957. Ч. 2. Биобиблиография. М.: Физматлит, 1959. 819 с.
5. Миллионщиков В. М. Устойчивость по Ляпунову // Математическая энциклопедия. М.: Советская энциклопедия, 1985. Т. V. 1247 с.
6. Наука и научные работники в СССР. Ч. V. Научные работники Ленинграда. Л.: Изд-во АН СССР, 1934. 721 с.
7. Одинец В. П. О ленинградских математиках, погибших 1941–1944 годах. II. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2021. 108 с.
8. Перельман Я. И. Метод Галёркина в вариационном исчислении и в теории упругости // Прикладная математика и механика. 1941. Т. V. Вып. 3. С. 345–358.
9. Перельман Я. И. Об одном обобщении теорем Ляпунова об устойчивости для установившихся движений. Л.: Труды Ленинградского технологического института пищевой промышленности. 1958. Т. XIV. С. 225–234.
10. Перельман Я. И. Обобщение теорем второго метода Ляпунова // Труды научного объединения физико-математических факультетов Дальнего Востока. Т. 3. (Математика). Хабаровск: Изд-во Хабаровского гос. педин-та, 1963. С. 48–56.

Заключение

Данная книга завершает описание работ советских математиков, родившихся либо в Российской империи, либо уже в СССР и погибших во время Великой Отечественной войны.

Работы математиков, проанализированные в книге, отчётливо показывают, какой потерей для науки (не только для математики) и для советской культуры было нашествие на СССР Германского рейха и его европейских сателлитов, начавшееся 22 июня 1941 г.

Эти работы свидетельствовали также о появлении новых центров развития математики в Белорусской, Азербайджанской, Грузинской ССР, а также в РСФСР и Украинской ССР, кроме тех традиционных русских дореволюционных центров, которые существовали ранее в Москве, Санкт-Петербурге, Киеве, Харькове, Одессе.

С другой стороны, описанные в этих трёх книгах работы ученых говорят о теснейшей связи математики СССР с мировой математической наукой и, следовательно, о невосполнимой потере, которую понесла последняя в связи с гибелью людей, чьи работы составляют важный пласт достижений в различных разделах математики.

В 1970 г. в журнале «Успехи математических наук» (т. 20, вып. 5) появился цикл статей, посвященных памяти математиков, погибших в годы Великой Отечественной войны. В этих статьях было приведено только шесть имен ленинградцев.

В трёх книгах, посвящённых работам погибших в Великой Отечественной войне математиков и изданных Сыктывкарским государственным университетом имени Питирима Сорокина, их число возросло до 50 человек; кроме того, дополнительно упомянуты 29 математиков, проживавших в других регионах Советского Союза и погибших в годы ВОВ.

Разумеется, этими тремя книгами не исчерпывается тема сохранения памяти математиков, погибших в 1941–1945 гг. В частности, представляется перспективным исследование, нацеленное на описание работ математиков, участвовавших на фронтах или на оборонительных работах и умерших до Дня Победы – 9 мая 1945 года.

P.S.

Когда эта книга была практически готова и прошла все положенные рецензии и правки, автору стало известно о судьбе ректора Саратовского государственного университета (СГУ), по основному образованию юриста, ставшего математиком, **Лучинина Даниила Ивановича (1907–1941)**, родившегося в Котельническом уезде Нижегородской губернии (ныне Даровский район Кировской области). Закончив в 1932 г. аспирантуру в области математической физики, он под руководством профессора С. Г. Михлина (1908–1990) из Ленинградского государственного университета продолжил работу в области теории упругости и к февралю 1937 г. подготовил и защитил диссертацию на звание кандидата физико-математических наук, выполненную при Институте механики МГУ.

13 мая 1937 г. редакцией журнала «Математический сборник» была получена статья [1] (сокращенная версия защищенной диссертации), в которой Д. И. Лучининым показано, что «применение степенных рядов к плоской задаче теории упругости весьма просто приводит к бесконечной системе линейных уравнений, неизвестными в которой яв-

ляются коэффициенты этих рядов». Кроме того, в статье показано, что «если данная область близка к кругу или круговому кольцу, то при некоторых довольно широких условиях указанную бесконечную систему можно решить методом последовательных приближений».

Ранее в этом направлении были получены результаты в 1905 г. А. Тимпе (A. Timpe) [2], а позже в 30-е гг. советскими математиками: в 1933 г. – Н. И. Мусхелишвили [3], в 1934 г. – С. Г. Михлиным [4], в 1936 г. – В. И. Крыловым [5].

В январе 1938 г. В. И. Лучинин назначается деканом физико-математического факультета СГУ, а в 1940 г. – проректором по учебной части. В марте 1941 г. Наркомпрос СССР утвердил Д. И. Лучинина на посту ректора СГУ. 7 июля 1941 г. Д. И. Лучинин уходит добровольцем на фронт начавшейся 22 июня 1941 г. войны. 10 декабря 1941 г. старший политрук 65-й стрелковой дивизии Даниил Иванович Лучинин погибает под Ленинградом возле Ладожского озера.

Список литературы к заключению

1. Лучинин Д. И. Метод бесконечных систем в применении к решению плоской задачи теории упругости // Матем. сб. 1938. Т. 3 (45). № 3. С. 483–508.
2. Timpe A. Probleme der Spannungsverteilung in ebenen Systemen, einfach gelöst mit Hilfe der Airyschen Function, Zeitschr. f. // Math. u. Phys. 52 (1905), pp. 348–383.
3. Мусхелишвили Н. И. Некоторые задачи теории упругости для неоднородной среды // Изд. АН СССР, 1933. § 58. 520 с.
4. Михлин С. Г. Некоторые случаи плоской задачи теории упругости для неоднородной среды // ПММ. 1934. 3. С. 82–90.
5. Канторович Л. В., Крылов В. И. Методы приближенного решения уравнений в частных производных // М.; Л.: ОНТИ, 1936. Гл. VI, §§ 3,4. 528 с.

Предметный указатель

Именной указатель

В

Г

Д

Е

Ж

З

И

К

Л

М

Н

О

П

Р

С

Т

У

Ф

Х

Ч

Ш

Научное издание

Владимир Петрович Одинец

О работах математиков, погибших в годы Великой Отечественной войны

Редактор *О.В. Растворова*
Корректор *Е. М. Насирова*
Техническое редактирование *Е. Н. Старцевой*
Выпускающий редактор *Л. Н. Руденко*

Подписано в печать 04.04.2024. Дата выхода в свет 29.05.2024 г.
Гарнитура Cambria. Печать ризографическая.
Усл.-печ. л. 10,4. Заказ № 30. Тираж 100 экз.

Издательский центр ФГБОУ ВО «СГУ им. Питирима Сорокина»
167000. Сыктывкар, ул. Коммунистическая, 23Б
Тел. (8212) 390-472, 390-473.

E-mail: ipo@syktsu.ru
http://www.syktsu.ru/

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами.
Издательско-полиграфическая ассоциация
высших учебных заведений (Ассоциация ВУЗИЗДАТ)
195251.Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 28А.