

Владик Крейнович,

профессор Техасского университета в Эль-Пасо

Фамилия Цейтина происходит от немецкого слова *Zeit* — время. И как само время, он всегда двигался, почти меняя свои интересы, всегда получая результаты и выдвигая идеи в новых областях.

Он начинал как математик, интересующийся применимостью своих результатов. Математика имеет множество приложений — в физике, в инженерии, в биологии, — везде, и во всех этих приложениях недостаточно доказать, что решение существует — мы хотим на самом деле найти это решение. Недостаточно доказать, что существует траектория полета на Луну — нам нужно вычислить эту траекторию. Так Цейтин присоединился к Андрею Андреевичу Маркову-младшему и Николаю Александровичу Шанину в разработке математического формализма, в котором *существование* означало бы *существование вычислительного метода* построения этого объекта. Они назвали этот формализм *конструктивная математика*. Сначала эта область исследований сосредоточивалась на методологических вопросах: большинство теорем в этой области были либо негативными (об отсутствии общего алгоритма решения задачи) или довольно тривиальными. Цейтин доказал первый нетривиальный (и неожиданный) положительный результат: каждая вычислимая вещественнозначная функция вещественного аргумента вычислимо непрерывна, то есть существует алгоритм, который для каждого x и для каждого $\varepsilon > 0$ дает δ , для которого $|x - x'| \leq \delta$ подразумевает $|f(x) - f(x')| \leq \varepsilon$. В середине 1950-х годов, когда он доказал этот результат, связи с Западом были ограничены, поэтому — как это случалось много раз в то время — эта теорема оставалась неизвестной западным исследователям и была независимо там перетворена. В то время ситуация казалась понятной: если есть алгоритм, значит, проблема решается — и если этому алгоритму понадобится слишком много времени, чтобы закончить работу, то нужно подождать несколько лет до тех пор, пока компьютеры будут быстрее.

Цейтина интересовала применимость, поэтому он не только придумывал алгоритмы, ему нравилось составлять на их основе работоспособные программы. В процессе этой деятельности он понял, что не все алгоритмы выполнимы — если алгоритм требует экспоненциально много, например, 2^n шагов, то уже при весьма естественных значениях n потребовалось бы больше времени, чем время жизни Вселенной. В конце 1960-х годов он показал, что некоторые алгоритмы действительно требуют экспоненциального времени — это, например, метод резолюций, широко известный (и до сих пор активно используемый) метод проверки того, выполнима ли булева формула. Это был интересный результат сам по себе — он положил начало целому направлению изучения сложности доказательств. Но, как и в случае с конструктивной математикой, Цейтин изо всех сил старался выйти за рамки отрицательных результатов и доказать что-то в положительном направлении — и ему это удалось. Он показал, что для некоторых формул, для которых любое доказательство методом резолюций имеет экспоненциальную длину, с помощью введения новой переменной, эквивалентной комбинации исходных, можно получить выполнимое доказательство — что вообще в математике можно было бы назвать новым определением. С методологической точки зрения, этот результат был революционным — он расходился с тем, чему нас всех учили в математике, — не спорить об определениях. Нам всем приходилось смеяться над статьей по геологии, посвященной описывалась горячему обсуждению вопроса о том, каково правильное определение некоторой геологической эпохи. Мы не очень ценили тех, кто придумывает определения, а только тех, кто доказывает результаты. И теорема Цейтина подтвердила догадку некоторых математиков о том, что определения часто имеют решающее значение, что правильное определение может быть столь же важным, как и хорошая теорема.

Это разграничение между выполнимыми и требующими экспоненциального времени алгоритмами, казалось, внесло новую ясность в его видение мира: алгоритмы, требующие экспоненциального времени, невыполнимы, в отличие от более быстрых алгоритмов. К сожалению, его продолжавшаяся практика программирования показала, что это, казалось бы, естественное деление не совсем точно отражает то, что практически выполнимо: иногда алгоритм с экспоненциальным временем выполним во всех практически встречающихся случаях, а иногда и алгоритм, требующий линейного времени, вовсе не является практичным. И в этом вопросе он не мог найти более четкого разделения (и, скажем в его защиту, этого не смог никто другой). Так что Цейтин практически перестал

заниматься вопросом о доказательствах, он даже не хотел говорить о своих предыдущих теоремах, — поскольку, как он объяснил, он потерял свою прежнюю ясность видения.

И он погрузился в вычисления. Мне посчастливилось прослушать его курс "Операционные системы", когда я был студентом в Санкт-Петербургском университете. Это был очень необычный курс. Несложно сделать такой курс очень математическим — я видел много учебников, в которых делается именно это, с теорией массового обслуживания и т. д., аналогично тому, как нам преподавали физику на нашем математическом факультете: много уравнений и доказательств, не так много физической интуиции. Цейтин вел этот предмет не так. Да, он объяснял все идеи, приемы и алгоритмы — и это было так современно, даже с опережением времени, что много лет спустя, когда мне самому пришлось вести подобный предмет, я использовал много записей из лекций Цейтина. Основной упор в его лекциях был на сложные открытые задачи. Он призывал нас всех задавать новые нетривиальные вопросы, выходить с новыми задачами, новыми идеями — это было то, что он ценил больше, чем воспроизведение того, чему он учил. Но, разумеется, для того, чтобы придумывать новые идеи, нам приходилось узнавать, что известно сейчас — и многим из нас приходилось прилагать много усилий на его занятиях (и мы научились от него больше, чем от других предметов по компьютерной тематике). В целом, я многому научился благодаря его стилю преподавания.

И он продолжал выдвигать новые идеи, идеи, для оценки которых вероятно, потребуются годы. Да упокоится он с миром.