

Цикл работ Е.А. Злобиной “Высокочастотная дифракция на контурах с негладкой кривизной”

Работы цикла относятся к математической теории дифракции. Целью исследований является построение формул высокочастотной асимптотики в двумерных задачах дифракции на контурах с негладкой кривизной. Этой тематике, вдохновленной задачами радиолокации, с 1960х годов посвящены десятки публикаций эвристического характера. В работах цикла для таких задач впервые развит последовательный метод пограничного слоя в духе петербургской (ленинградской) школы [В.М. Бабич и Н.Я. Кирпичникова 1978 и др.]. Эта техника основана на изучении решения в окрестности особенности с использованием масштабированных переменных и последующим асимптотическим сшиванием с решением вне окрестности особенности — при этом области пригодности найденных выражений устанавливаются автоматически. Случаи, когда падающая волна приходит в особую точку контура вдоль некасательного и касательного направлений, качественно различны и изучаются по отдельности.

Работы [1–7] посвящены некасательной дифракции. Рассматриваются три типа негладкости кривизны границы: 1) скачок кривизны в особой точке; 2) более слабая степенная особенность, названной гельдеровской сингулярностью; 3) скачок или гельдеровская сингулярность производной кривизны некоторого порядка. В статьях [1–3], отдельно для каждого типа особенности, исследовано волновое поле вблизи точки негладкости. Получены сингулярные краевые задачи, которые удалось решить явно. В результате асимптотического анализа найдены выражения, описывающие влияние негладкости кривизны на поле как вдали от предельного (геометрически отраженного в особой точке) луча, так и в окружающей предельный луч переходной зоне, где сливаются волны разной природы. Однако формула для поля в переходной зоне оказывается пригодной лишь на малых расстояниях от контура — чтобы описать поле на больших расстояниях потребовался новый анзац. Вид его угадан в [4, 5] из эвристических рассуждений. С оглядкой на него, в [6, 7] построено универсальное аналитическое выражение для описания слияния двух цилиндрических волн. С его помощью получена аппроксимация поля в переходной зоне, пригодная и на умеренных, и на малых расстояниях от точки негладкости кривизны. Результаты работ [1–7] систематизированы в кандидатской диссертации [8].

В представленном цикле сингулярность гельдеровского типа, по существу, рассмотрена впервые. Скачок кривизны или ее производной рассматривался ранее другими исследователями в рамках эвристических подходов — их результаты согласуются с формулами, полученными в [1–8].

Работы [9–11] посвящены касательному падению на точку негладкости. В отличие от задач с некасательным падением, здесь радикальное значение имеют знаки кривизны по разные стороны от особой точки контура, что приводит к большому разнообразию задач. Пограничные слои определяются другими, нежели при некасательной дифракции, масштабами и описываются другими уравнениями, анализ которых требует существенно иной техники. За основу взят классический метод параболического уравнения Леонтовича—Фока, разработанный при исследовании дифракции на гладком выпуклом теле [В.А. Фок 1970, В.М. Бабич и Н.Я. Кирпичникова 1978].

В работе [9] изучена задача о дифракции плоской волны, набегающей вдоль прямолинейного участка контура, со скачком кривизны переходящего в параболу

в ее вершине, ранее затрагивавшаяся в рамках эвристических методов [А.В. Попов 1971]. Поле в пограничных слоях, окружающих касательное направление, описано нетривиальными спецфункциями, напоминающими фоковские интегралы. Исправлена неточность, допущенная в [А.В. Попов 1971]. В статьях [10, 11] рассмотрена в некотором смысле двойственная задача дифракции моды шепчущей галереи на скачкообразном распрямлении границы: в [10] номер моды предполагается небольшим (эвристическое исследование этого случая начато в [Н.Я. Кирпичникова и В.Б. Филиппов 1995]), а в [11] он играет роль второго большого параметра, что существенно меняет анализ.

В цикле работ рассмотрены новые типы особенностей кривизны и впервые применен формальный метод построения асимптотики решения, не опирающийся на эвристические соображения. И если исследование касательного падения еще далеко от завершения, то вопрос об описании поля в задачах некасательной дифракции на негладкости кривизны можно считать закрытым.

Список публикаций

- [1] E.A. Zlobina, A.P. Kiselev. *Boundary-layer approach to high-frequency diffraction by a jump of curvature*. Wave Motion, **96** (2020), Article ID 102595.
- [2] Е.А. Злобина, А.П. Киселев. *Дифракция коротких волн на контуре с гильдеровской сингулярностью кривизны*. Алгебра и анализ, **33:2** (2021), 35–55.
- [3] Е.А. Злобина. *Коротковолновая дифракция на контуре с негладкой кривизной. Погранслоный подход*. Зап. научн. сем. ПОМИ, **493** (2020), 169–185.
- [4] Е.А. Злобина, А.П. Киселев. *Переходная зона в высокочастотной задаче дифракции на импедансной границе со скачком кривизны. Метод Кирхгофа и метод пограничного слоя*. Радиотехника и электроника, **67:2** (2022), 130–139.
- [5] Е.А. Злобина. *Дифракция коротких волн на контуре с гильдеровской сингулярностью кривизны. Переходная зона*. Зап. научн. сем. ПОМИ, **506** (2021), 43–56.
- [6] Е.А. Злобина, А.П. Киселев. *Френелевские переходные зоны*. Радиотехника и электроника, **68:6** (2023) 542–552.
- [7] Е.А. Злобина. *Аппроксимация функций Маттье функциями параболического цилиндра*. Матем. заметки, **114:3** (2023), 347–352.
- [8] Е.А. Злобина. *Высокочастотная дифракция на контурах с негладкой кривизной. Некасательное падение*: дис. на соиск. учен. степ. канд. физ.-мат. наук: 1.1.2. СПб, 2024, 78 с. Место защиты: ПОМИ РАН.
- [9] E.A. Zlobina, A.P. Kiselev. *The Malyuzhinets–Popov diffraction problem revisited*. Wave Motion, **121** (2023), Article ID 103172.
- [10] Е.А. Злобина, А.П. Киселев. *Дифракция волны шепчущей галереи при скачкообразном распрямлении границы*. Акустический журнал, **69:2** (2023), 119–128.
- [11] Е.А. Злобина. *Дифракция волны шепчущей галереи на скачке кривизны. Мода с большим номером*. Зап. научн. сем. ПОМИ, **521** (2023), 95–122.